

# EMAKUMEEK ZIENTZIA EGITEN DUTE

## HIPATIA





## EMAKUMEEK ZIENTZIA EGITEN DUTE

Bigarren Hezkuntzako lehen ziklorako hezkuntza-proiektua.

Hipatia

«Women Do Science» proiektua CASIO Educación Españak sustatutako ekimena da, eta emakumeek historian zehar eta gaur egun zientzian izan duten funtsezko zeregina ikusaraztea du helburu. Hezkuntza-materialen, jardueren eta baliabide didaktikoen bidez, belaunaldi berriak STEAM diziplinetan (Zientzia, Teknologia, Ingeniaritza, Artea eta Matematika) duten potentziala ezagutzera bultzatu nahi ditu proiektuak.

Koaderno hau emakume zientzialari eta pentsalari handiei eskainitako bilduma baten parte da, eta Alexandriako Hipatiaren bizitza eta ondarea aztertzen ditu. Hipatia pentsamendu zientifikoaren erreferente historikoa da, eta ezagutzaren, espiritu kritikoaren eta askatasun intelektualaren ikurra.

CASIO Educación Españak irakasleei baliabideak eskaintzen dizkie ikasgelan metodologia aktibo eta berritzaileak sustatzen dituztenak, kalkulagailu zientifikoak eta grafikoak bezalako tresnen erabilera kontziente eta integratua bultzatuz, matematika historiarekin, kulturarekin eta gizartearekin lotzen duten irakaskuntza-proposamenekin batera.

CASIO Educación Españak irakasleen eskura jartzen ditu ikasgelan metodologia aktibo eta berritzaileak sustatzen dituzten baliabideak, kalkulagailu zientifiko eta grafikoaren gisako tresnen erabilera kontziente eta integratua sustatuz, matematika historia, kultura eta gizartearekin lotzen duten proposamen didaktikoekin batera.

Azaleko ilustrazioa: Conxita Herrero


© 2025 Casio Italia S.r.l. Eskubide guztiak erreserbatuta.

Erabat debekatua dago erreproduktzioa, baita partziala ere, edozein bide eta modutan, erabat hezkuntzakoak ez diren helburuekin, Casio Italia S.r.l.-ren idatzizko baimenik gabe.







## Koaderno hau erabiltzeko orientabideak

Gizarte bidezkoago baterantz aurrera egiteko, kalitatezko hezkuntzak ezin ditu alde batera utzi arlo tekniko-zientifikoan genero-berdintasuna sustatzea eta STEAMeko hezkuntza: horrek, berez, ikasketa-eremua esanguratsuagoak lortzen lagun dezake, bai eta herritartasuneko eta garapen iraunkorreko helburu garrantzitsuak lortzen ere.

Koaderno honen helburua irakasleei ikasgelan egiteko jarduerak proposatzea da, emakume zientifiko baten bizitzan eta esperientzietan oinarrituta, ikasleentzat erakargarriak eta bizigarriak izan daitezzen. Jarduera bakoitza  ikurrarekin adierazten da, eta galdera bat edo gehiago ditu.

Jarduera hauek Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako lehen zikloko ikasleentzat eginda daude. Koadernoaren amaieran, jardueraren ebazpena dator, ikasgelan gogoeta eta eztabaida sustatzeko.

Ondorengo taulan, jarduera bakoitzaren hezkuntza-maila eta lantzen dituen gaiak adierazten dira.

JARDUERA	IKASMAILA	GAIAK
 <b>Apolonioren konoa</b>	DBH 2	Konoa: apotema, azalera totala eta bolumena
	DBH 2	Elipsea
	DBH 2	Elipsea eta Pitagorasen teorema
 <b>Aerometroa</b>	DBH 1	Gasen dentsitatea
	DBH 2	Proporzioak eta ehunekoak
	DBH 2	Masa, dentsitatea eta bolumenaren arteko erlazioa
 <b>Hidroskopia</b>	DBH 1	Likidoen dentsitatea
	DBH 1	Dentsitate erlatiboa
	DBH 1	Dentsitatea eta tresna zientifikoak
	DBH 1	Likidoen dentsitatea
 <b>Zerua astrolabioarekin</b>	DBH 1	Angeluak eta denbora
	DBH 1	Denbora-neurketak
	DBH 2	Denbora eta astronomia

Jarduerak independenteak dira elkarren artean; beraz, irakasleak askatasunez aukera dezake zein proposatu ikasleei eta zein ordenatan.

### Materiala

CASIO kalkulagailu zientifikoak



**fx-82SP CW (Pila)**  
**fx-85SP CW**  
(Eguzki-energia)



**fx-991SP CW**  
(Eguzki-energia)  
**fx-570SP CW (Pila)**

# HIPATIA




**Hipatia** K.o. 370 urte inguruan jaio zen. Alexandrian, Egipto, zientzien hiriburua Ekialdeko Erromatar Inperioaren garaian.

Txikitatik, bere aita Teonek — filosofo ospetsua, astronomoa, matematikaria eta *Museo*ko zuzendaria, Antzinatean Musei eskaintako akademiarik ospetsuena (artearekin eta jakintzarekin lotutako irudi jainkotiarrek) — ikasketetan hezi zuen. Aitarekin batera, Hipatiak zientzia matematikoak ikasiz ekin zion bere ibilbide kulturalari, ondoren batez ere filosofiarantz bideratzeko. Urteen poderioz, bere aitaren lekukoa hartu zuen Alexandriako komunitatean diziplina horien irakaskuntzan, eta filosofia «bizimodutzat, etengabeko egiaren bilaketa erlijiosotzat eta diziplinatutzat» har zedin hezi zuen. Matematika eta astronomia eskolak eman zituen, eta aitarekin lan egin zuen Euklides, Ptolomeo, Apolonio eta Diofantoren zenbait lan berrikusi eta editatzen.

Bere edertasun eta jakinduriagatik miretsia zen, ez zen inoiz ezkondu eta, gaztetan, Alexandriako Eskola Neoplatonikoaren buruzagitza hartu zuen. Filosofoaren tunikaz jantzirik (gizonentzat gordea, baina bera... ez zen oso egokia arauak betetzeko!), Platon, Aristoteles eta beste filosofo batzuen lanak aipatzen zituen paseoan zebilela. Antzinateko matematikari eta filosofo ospetsuena bihurtu zen, bizitza ondo dokumentatuta duen lehen zientzialaria. Ezagutza ezjakintasunaren aurrean defendatzeko sinboloa izan zen, eta gaur egun ezagutza eta hezkuntza iturri gisa gogoratzen zaio.

Hipatiak ere interes handia zuen astronomiarekiko, bere ikaslerik ezagunenarekin, Sinesio Zirenekoarekin, idatzitako gutun batzuetatik ondoriozta dezakegun bezala. Korrespondentzia horri esker, bere obraren zati bat ezagutu ahal izan da.

Hipatiaren idazkiak galdu egin dira edo beste egile batzuen argitalpenetan sartu dira, baina bere lanaren iturri garaikideak eta bere lanen erreferentziak daude hainbat bildumatan. Bere lanik esanguratsuenak Diofantoko *Aritmetikari* buruzko hamahiru liburuki ditu (K. o. III. mendea), *aljebraren aita* bezala ezagutzen den matematikari alexandriarra, ekuazio zehaztugabeak eta ekuazio koadratikoen gaineko garapen garrantzitsuak aztertzea egozten zaiona. Hipatiak arazo zaharren ordezkio ebazpenak garatu zituen, eta beste batzuk ekarri zituen, geroago Diofantoren obran sartu zirenak. Apolonio Pergamokoa (K.a. III) matematikari eta astronomo greziarraren *Sekzio konikoei* buruz ere idatzi zuen, konoaren sekzioen analisi matematikoa eginez (elipse, parabola, hiperbola). Figura horiek ahaztuta geratu ziren XVI. mendera arte, eta gero, besteak beste, **planeten orbita eliptikoak** ilustratzeko erabili ziren . Gainera, aitarekin batera, Ptolomeoren *Almagestoari* buruzko oharra eta berrikuspenak idatzi zituen, garaiko ezagutza astronomiko eta matematiko guztiak biltzen zituen obra handi bat.

392

**Tesalonikako Ediktua**

Teodosiok kristauak ez ziren kultuak debekatu zituen Erromatar Inperio osoan.



400

**Neoplatonismoaren liderra**

Hipatia Alexandriako neoplatonikoen liderra izan zen.

404

**Azken gladiadoreak**

Erroman egin zen, ezagutzen den, gladiadoreen azken lehiaketa.



410

**Erromako arpilatzea**

Erroma Alariko I.aren bisigodoek arpilatu zuten, eta Gala Placidia, Honorio enperadorearen arreba, preso hartu zuten.



415


**Eraiketa**

Hipatia bere irakaspen «jentilek» eta bere ospeak pizten zituen jelsiak erail zuten. Bere eraiketak Inperioa astindu zuen.



Hipatiak mekanika aplikatua eta teknologia ere ikasi zituen. Egozten zaizkion asmakizunak aerometroa, hidroskopia eta astrolabio laua dira.

Hipatiaren **aerometroa**  izan zen airearen dentsitatea neurtzeko diseinatutako lehen tresna. **Hidroskopia**  tresna zilindriko bat zen, txirula baten antzekoa, ebaki perpendikularrekin, hodia bertan murgiltzean likido baten dentsitatea neurtzeko. Ageriko ebakiduren kopuruak adierazten zuen likidoaren dentsitatea: zenbat eta lodiagoa likidoa, orduan eta handiagoa zen ikusten ziren ebakiak. Tresna behar bezala kalibratuz, adibidez ura bezalako erreferentziako likido batean murgilduz, edozein likidoren dentsitate erlatiboa kalkula daiteke konparazio sinple baten bidez.

Hipatiak diseinatutako **astrolabio laua**  bi disko metaliko zulatuz osatuta zegoen. Disko horiek biraka zebiltzan (bata bestearen gainean), larako erauzgarri baten bidez: denbora kalkulatzeko eta eguzkiaren, izarren eta planeten posizioa zehazteko erabiltzen zen. Astrolabioaren asmakuntza maizago Hiparco de Niceari egozten zaion arren, uste da Hipatiak tresna hori garatzen eta zabaltzen lagundu zuela, batez ere bere forma lauan. Astrolabioa funtsezko tresna bihurtu zen nabigaziorako eta astronomiarako, bai mundu greko-erromatarrean, bai arabiarrean.

Hipatia hori guztia zen: matematikaria, astronomoa, zientzialaria, musikaria eta filosofoa. Adimen eklektikoa, alde guztietako ikasleak erakarri zituena eta Alexandriako kultura zientifikoa aparteko mailan mantendu zuena. Irakaskuntzan aritzeagatik, kalumnia eta arte magikoen praktika bezalako delituak leporatu zizkioten. Alexandria kultu paganoko hiri izatetik kristau erlijioako hiri izatera igaro zen trantsizio fasean kokatzen da bere amaiera.

Kristo aurreko 415. urtean basatik erail zuen kristau fanatiko talde batek. Haren erailketak garai klasikoaren helburu sinbolikoa markatu zuen, eta ezin hobeto islatzen du zientziaren, filosofiaren eta fanatismo erlijiosoaren arteko gatazka. Cirilo apezpikua izan zen, segur aski, haren erailketa bultzatu zuena. Autore batzuen ustez, Hipatia gizon askori eskolak ematen ikusi zuelako zen haren ezinikusia, garai hartan pentsaezina baitzen. Hipatia emakume ikasia eta paganoa zen, zientzia eta filosofiako eskolak emateko bere burua libre ikusten zuena. Apezpikuak onartu ezin zuen egoera.

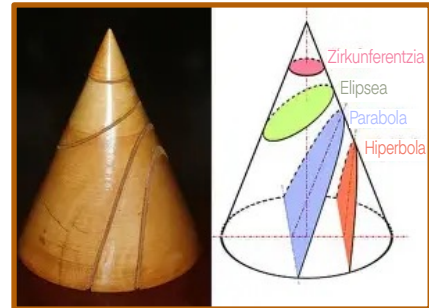
Horrela, erlijioaren eta jakintzaren arteko bereizketaren defendatzaile sutsua zen Hipatia, bizimodu independenteagatik, konpromiso zibikoagatik eta eragin politikoagatik ezaguna, fanatismo erlijiosoak eragindako jazarpenaren biktima izan zen. Bere heriotzaren ondoren, bere dizipuluak sakabanatu egin ziren eta Alexandriak mundu helenikoaren lider kultural bezala zuen papera galtzen hasi zen.





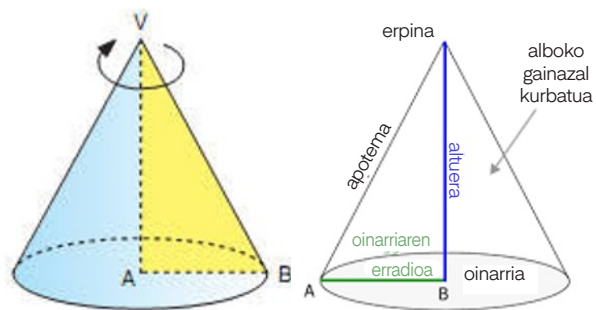
## Apolonioren konoa

1 Hipatia Apolonio Pergakoa matematikari eta astronomo greziarraren testuak aztertzen aritu zen. Apoloniok frogatu zuen forma kurbatu guztiak kono bat moztuz eta hura ebakitzen duen planoaren inklinazioa soilik aldatuz lor zitezkeela.



**Kono** zirkular zuzena, edo besterik gabe konoa, bere kateto baten inguruan triangelu angeluzuzen bat guztiz biratuz lortzen den biraketa-solidoa da.

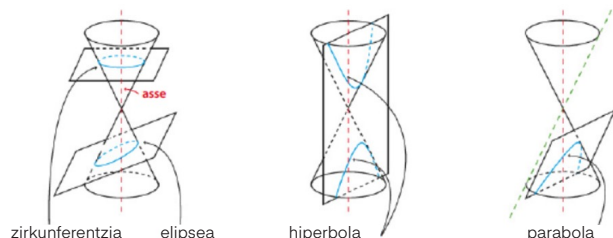
Biraketa gertatzen den katetoa konoaren **altuera** da; beste katetoa basearen erradioa da; hipotenusa, berriz, gainazal kurbatuaren sortzailea da, eta **apotema** deritzo. Errotazio-**erpina** ri dagokion katetoaren muturrean dagoen oinarriaren kontrako puntuari konoaren erpin deritzo.



**Kono batek 8,4 cm-ko diametroko oinarria eta 5,6 cm-ko altuera ditu. Kalkula itzazu konoaren guztizko azalera eta bolumena, balioak ehunen hurbilenera biribilduz.**

1 Apolonio izan zen kono bat ebakitzean lortzen diren kurbak gaur egun ere identifikatzeko erabiltzen diren izenak ematen lehena:

- **elipsea:** planoak konoaren ardatza ebakitzen du, eta, horrela, kurba itxi bat lortzen da;
- **parabola:** planoak konoa osatzen duten zuzenetako baten paraleloa da;
- **hiperbola:** planoak konoaren ardatzarekiko paraleloa da.



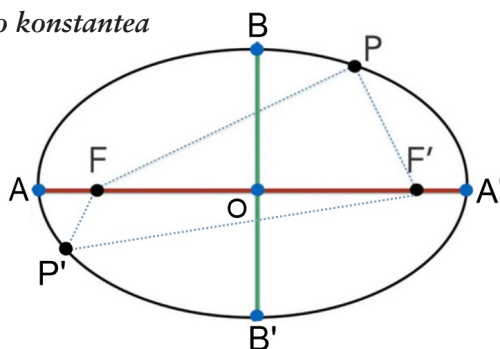
**Elipsea** planoko puntu guztien leku geometrikoa da, foku izeneko bi puntu finkorako distantzien batura konstantea denean:

$$\overline{PF} + \overline{PF'} = \overline{P'F} + \overline{P'F'} = \text{balio konstantea}$$

Bi foku ( $F$  eta  $F'$ ) eta zentro bat ( $O$ ).

Ardatz nagusiak:

- **ardatz nagusia** ( $AA'$ ): elipsearen gehieneko luzera.
- **ardatz txikia** ( $BB'$ ): elipsearen gutxieneko luzera, erdian ardatz nagusiarekiko perpendikularra da.



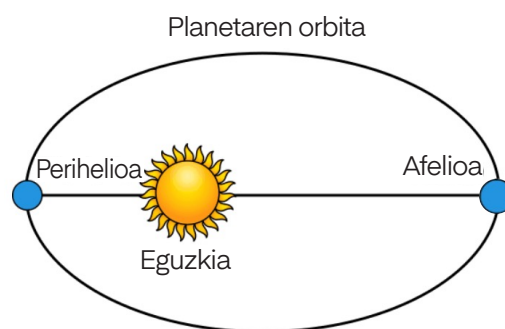
Hipatiak pentsatu zuen Ptolomeoren teoria geozentrikoa ez zela zuzena, eta eredu kosmologiko aurreratuagoa egon zitekeela iradoki zuen.

1543 arte ez zen iraultza zientifikoa hasi, Nikolas Kopernikori esker, teoria heliozentrikoarekin. Hamarkada batzuk geroago, Johannes Kepler astronomo eta matematikari alemaniarrek astronomiako sekzio konikoei buruzko ideia are berritzaileagoa sartu zuen: frogatu zuen gorputz zerutiarrek ez dituztela orbita zirkularrak deskribatzen, ordura arte uste zen bezala, baizik eta eliptikoak, fokuetako batean eguzkia jarrita.

Planeta batek Eguzkiaren inguruan duen orbitan muturrekoak diren bi puntu daude:

**Perihelioa:** planeta Eguzkitik hurbilen dagoen orbitaren puntua.

**Afelioa:** planeta Eguzkitik urrunen dagoen orbitaren puntua.

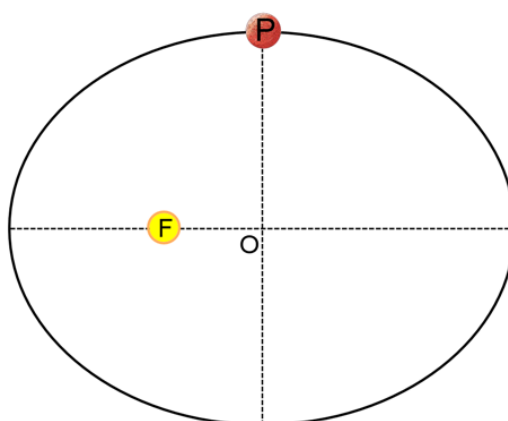


2 Planeta baten orbitaren maketa bat eraiki nahi dugu, honako neurri hauek erabiliz.

Elipsearen ardatz nagusiaren luzera:  $91 \text{ cm}$

Elipsearen ardatz txikiaren luzera:  $60 \text{ cm}$

**Kalkula ezazu planetaren eta maketaren orbitaren perihelioaren arteko distantzia.**



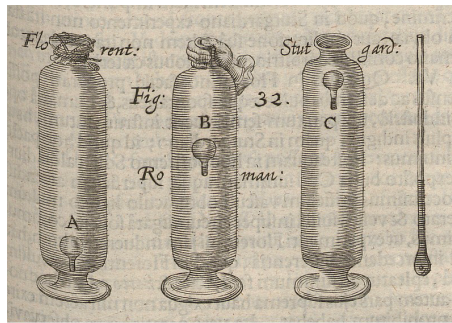
**Kalkula ezazu planetatik eguzkirako distantzia, jakinda  $F$  puntutik elipsearen erdialdera dagoen distantzia  $22,5 \text{ cm}$ -koa dela.**



# Aerometroa

**1 Aerometroa**, aireak zenbat «pisatzen» duen jakiteko asmatutako tresna da, hau da, bere dentsitatea neurtzeko. Izena grekotik datorkio: *aero* hitzak «airea» esan nahi du eta *metro* hitzak «neurria».

Praktikan, aire-baskula bat bezala funtzionatzen zuen gutxi gorabehera: hodi itxi bat zen, mutur batean pisua zuena. Likido batean sartzean, hodia gehiago edo gutxiago hondoratzen zen, barruko airearen dentsitatearen arabera. Eskala graduatu batek balioa irakurtzeko aukera ematen zuen orduan.



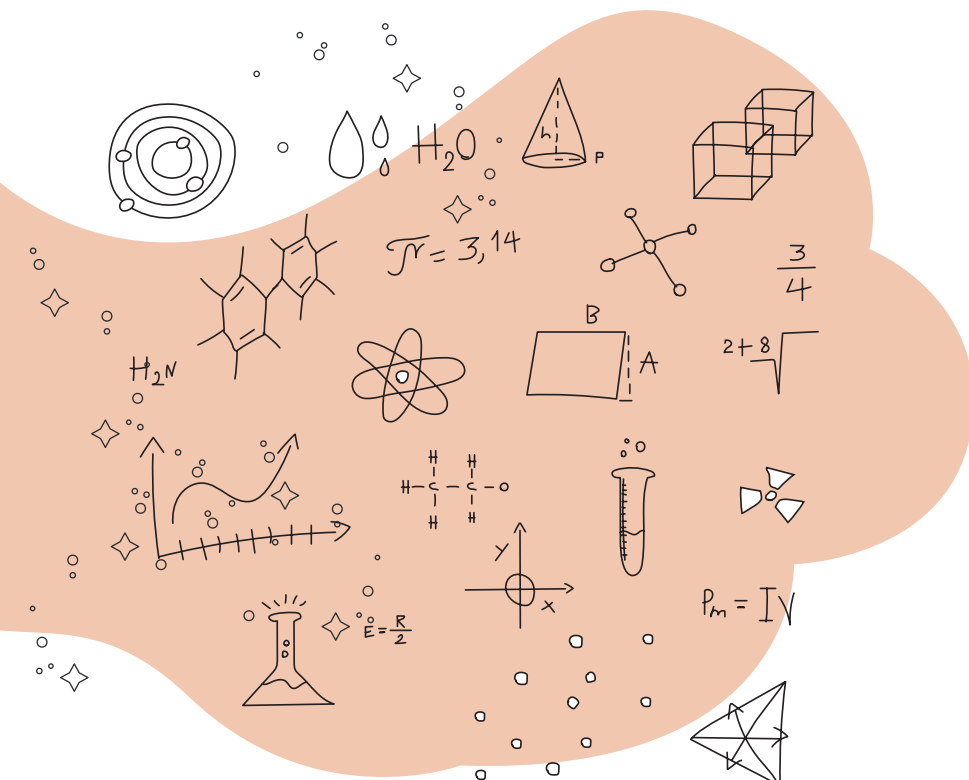
Aerometro bat erabiliz, mendiko eta hiriko airea alderatu nahi ditugu.

1000 m-ko altitudetan, airearen dentsitatea  $0,9 \text{ g/dm}^3$  da; itsas mailan, berriz,  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .

**Kalkula ezazu bi lekuen arteko dentsitate-diferentzia.**

**Zein da dentsitate murrizketaren ehunekoak mendira igotzean?**

**Arnasketa bakoitzarekin pertsona batek biriketan gutxi gorabehera  $0,5 \text{ l}$  aire arnasten duela jakinda, kalkula ezazu arnasketa bakoitzarekin itsas mailan sartzen den aire masa.**





## Hidroskopioa

1 Dentsitatea materiaren propietate fisiko bat da, eta  $\frac{g}{cm^3}$  -tan neur daiteke.

Urak  $1 \frac{g}{cm^3}$  -ko dentsitatea du, eta oliba-olioak,

berriz,  $0,9 \frac{g}{cm^3}$  -koa

Dagokion likidoaren eta uraren dentsitatearen arteko erlazioak dentsitate erlatiboa adierazten du, eta zenbaki oso gisa adierazten da:

$$d_{erlatiboa} = \frac{d_{likidoa}}{d_{ura}}$$

Adibidez, oliba-olioaren dentsitate erlatiboa faktore hauek adierazten dute:

$$d_{erlatiboa, oliba-olio} = \frac{d_{olioa}}{d_{ura}} = \frac{0,9 \frac{g}{cm^3}}{1 \frac{g}{cm^3}} = 0,9$$

Hipatiak hidroskopioa erabiltzen zuen likidoen dentsitatea neurtzeko. Imajina ezazu hidroskopioa hainbat likidotan murgiltzen dela, eta ikusten diren marken kopuruak urarekiko duen dentsitate erlatiboa adierazten duela.

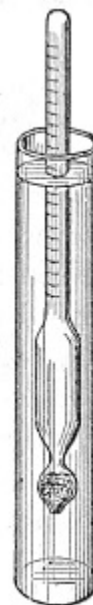
Likidoa ura baino dentsuagoa bada, marka gehiago geratuko dira agerian; ura baino dentsitate txikiagoa bada, berriz, marka gutxiago irtingo dira.

**Kalkula ezazu,  $\frac{g}{cm^3}$  -tan, 250 g-ko masa duen eta  $200 cm^3$ -ko bolumena betetzen duen likido baten dentsitatea.**

**Kalkula ezazu likidoaren laginaren dentsitate erlatiboa.**

**Kalkulatutako baliotik abiatuta, hidroskopioa uretan baino gehiago edo gutxiago hondoratuko den zehaztu.**

**Taulan agertzen diren likido laginen datuak erabiliz, likido bakoitzaren dentsitatea kalkulatzen da. Ondoren, lortutako balioak alderatzen dira, urarekin alderatuta hidroskopioak marka kopuru handiagoa edo txikiagoa erakusten duen zehazteko.**

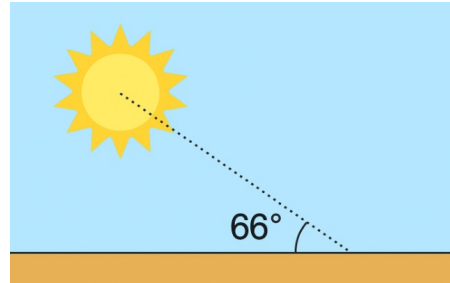


LAGINA	MASA (g)	BOLUMENA ( $cm^3$ )
Etanola	96	120
Glizerina	63	50
Merkurioa	1088	80
Ur gazia (% 10)	428	400



# Zerua astrolabioarekin

1 Astrolabioa tresna astronomikoa da, Eguzkiaren eta izarren posizioa horizontearekiko kalkulatzeko aukera ematen duena. Astrolabioaren asmatzailea Teon Alexandriakoa matematikaria izan zela uste da, Hipatiaren aita.



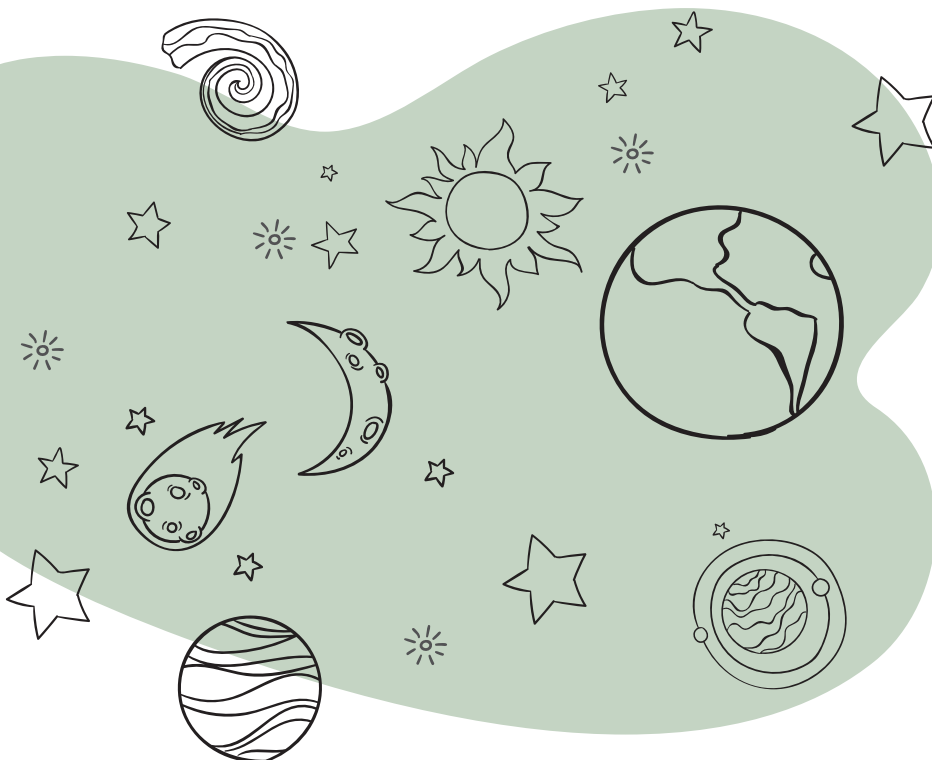
Astrolabioa erabiliz, eguerdian Eguzkiak horizontearekiko duen posizioak  $66^\circ$ -ko angelua osatzen duela ikusiko dugu.

**Jakinik Eguzkiaren itxurazko mugimendua  $15^\circ$ -koa dela orduro egunsentiaren ondoren, zer ordutan argitu du?**

**Eguzkia 16:24ean sartuko dela jakinda, zenbat argi-ordu ditu egun honek?**

2 Ekainaren 21ean udaburua da, eta Italian eguzkia 5:30ean atera eta 20:30ean ezkutatuko da.

**Zer ordutan ikus daiteke Eguzkia horizontearen gaineko punturik altuenean?**



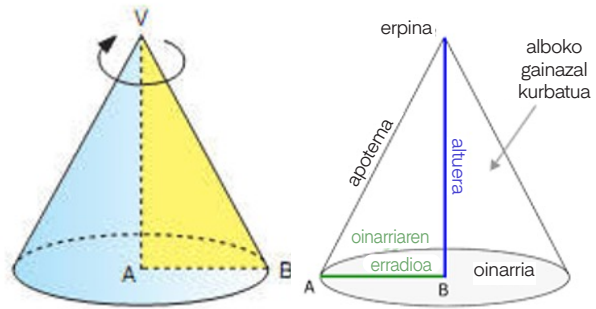


HIPATIA



# Apolonioren konoa

Kono batek  $8,4 \text{ cm}$ -ko diametroa duen oinarria eta  $5,6 \text{ cm}$ -ko altueradu. Kalkulatu konoaren guztizko azalera eta bolumena, balioak ehunen hurbilenera biribilduz.



## ERANTZUNA



Kono zuzen baten **alboko azalera** lortzeko, erradioa konoaren apotema eta  $\pi$  biderkatu behar dira:

$$A_L = \pi \cdot r \cdot a$$

Kono zuzen baten **azalera osoa** lortzeko, oinarriaren azalera eta alboko azalera batu behar dira:

$$A_T = A_L + A_B = \pi \cdot r \cdot a + \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r \cdot (a + r)$$

Kono baten **bolumena** lortzeko, oinarriaren azalera bider altuera egin behar da, eta emaitza zati 3:

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

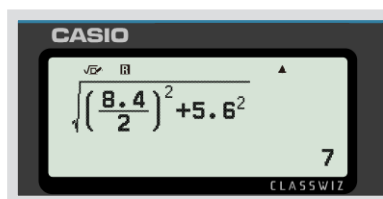
Erradioaren balioa kalkulatu da:

$$r = \frac{d}{2} \longrightarrow r = 8,4 \div 2 = 4,2 \text{ cm}$$

Konoaren apotema Pitagorasen teorema aplikatuz kalkulatu da, oinarriaren erradioa eta solidoaren altuera ezagutzen baitira:

$$a = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$a = \sqrt{4,2^2 + 5,6^2} = \sqrt{17,64 + 31,36} = \sqrt{49} = 7 \text{ cm}$$

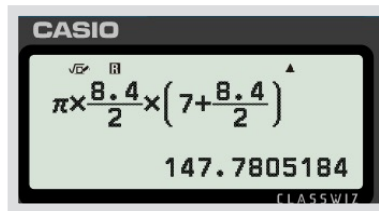


Konoaren apotema  $7 \text{ cm}$ -koa da.

Kono baten azalera osoa kalkulatzeko,  $\pi$  balioaren hurbilketa eginez eta azken emaitza ehunen hurbilenera biribilduz:

$$A_T = r \cdot \pi \cdot (a + r)$$

$$A_T \approx 4,2 \cdot 3,14 \cdot (7 + 4,2) = 147,7805 \text{ cm}^2 \approx 147,78 \text{ cm}^2$$

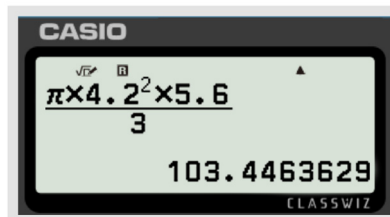


Konoaren azalera osoa, gutxi gorabehera,  $147,78 \text{ cm}^2$  da.

Konoaren bolumena kalkulatzeko,  $\pi$  balioaren hurbilketa egin behar da, eta ehunen hurbilenera biribildu emaitza:

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V = (3,14 \cdot 4,2^2 \cdot 5,6) \div 3 = 103,4463 \text{ cm}^3 \approx 103,45 \text{ cm}^3$$



Konoaren bolumena, gutxi gorabehera,  $103,45 \text{ cm}^3$  da.

2 Planeta baten orbitaren maketa egin nahi dugu, honako neurri hauek erabiliz:

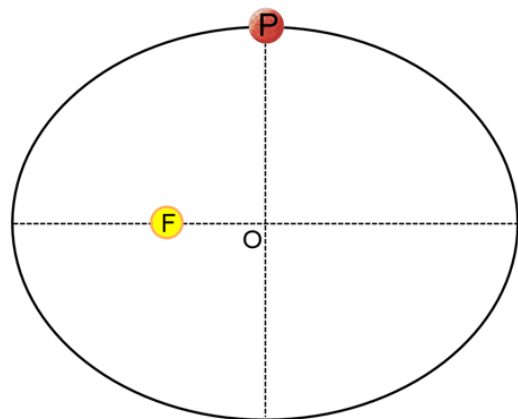
Elipsearen ardatz nagusiaren luzera:  $91 \text{ cm}$

Elipsearen ardatz txikiaren luzera:  $60 \text{ cm}$

**Kalkula ezazu planetaren eta maketaren orbitaren perihelioaren arteko distantzia.**

### ERANTZUNA

Ardatzerdien luzera kalkulatu dugu:

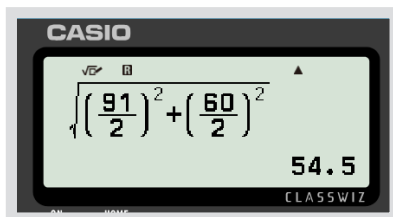


$$\text{Ardatzerdi nagusiaren luzera} = \frac{\text{ardatz nagusiaren luzera}}{2} = \frac{91}{2} \text{ cm} = 45,5 \text{ cm}$$

$$\text{Ardatzerdi txikiaren luzera} = \frac{\text{ardatz txikiaren luzera}}{2} = \frac{60}{2} \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

Pitagoraseen teorema erabiltzen da planetatik perihelioko puntura dagoen distantzia kalkulatzeko, ardatzerdien luzerak kateto gisa erabiliz:

$$\text{Planetatik periheliora dagoen distantzia} = \sqrt{45,5^2 + 30^2} = \sqrt{2070,25 + 900} = \sqrt{2970,25} = 54,5 \text{ cm}$$



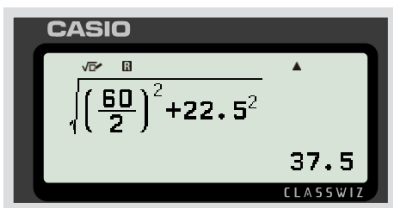
Maketan, planetatik perihelioaren puntura dagoen distantzia  $54,5 \text{ cm}$ -koa da.

**Kalkula ezazu planetatik Eguzkirako distantzia, jakinda  $F$  puntutik elipsearen zentrorainoko distantzia  $22,5 \text{ cm}$  dela.**

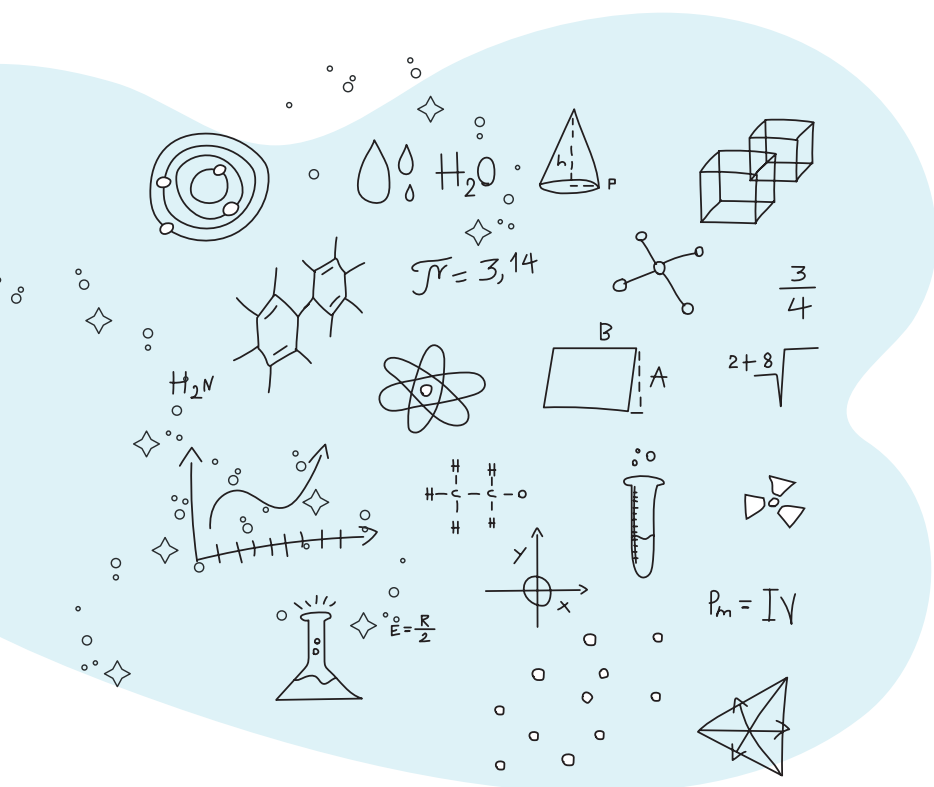
### ERANTZUNA

Pitagoraseen teorema aplikatzen da, ardatzerdi txikia eta Eguzkitik elipsearen zentrorako distantzia kateto gisa erabiliz:

$$\text{Planetatik Eguzkirako distantzia} = \sqrt{30^2 + 22,5^2} = \sqrt{900 + 506,25} = \sqrt{1406,25} = 37,5 \text{ cm}$$



Maketan, Eguzkiaren eta planetaren arteko distantzia  $37,5 \text{ cm}$ -koa da.



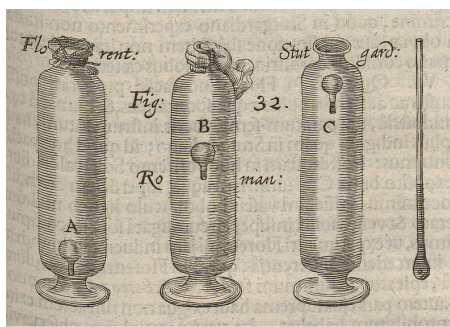


# Aerometroa

1 Aerometro bat erabiliz, mendiko airea hiriko airearekin konparatu nahi dugu.

1000 m-ko altitudetan, airearen dentsitatea  $0,9 \text{ g/dm}^3$  da, itsas mailan, berriz,  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .

**Kalkula ezazu bi lekuen arteko dentsitate-diferentzia.**



## ERANTZUNA

Bi lekuetako airearen arteko dentsitate-aldea txikiaren baliorik handiena kenduz lortzen da.

Kalkulua egiteko, bi dentsitateak neurri-unitate berean adierazi behar dira; kasu honetan,  $\text{kg/m}^3$  neurri-unitate gisa erabiltzen da.

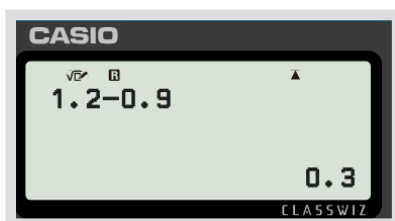
Airearen dentsitatea 1000 metroko altitudetan bihurtzen da,  $\text{g/dm}^3$ -tik  $\text{kg/m}^3$  -ra.

$0,9 \text{ g}$   $0,0009 \text{ kg}$  dira, eta  $1000 \text{ dm}^3$   $1 \text{ m}^3$  dira; beraz:

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \longrightarrow 0,0009 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 1000 = 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Orain, bi dentsitateak neurri-unitate berean daudenez, haien arteko aldea kalkulatzen da:

$$\text{dentsitate-diferentzia} = d_{\text{itsasoa}} - d_{\text{mendia}} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



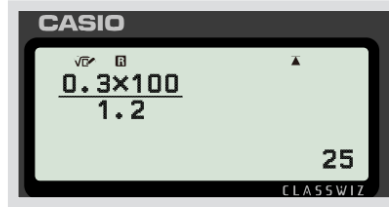
Bi kokapenen arteko dentsitate-aldea  $0,3 \text{ kg/m}^3$ -koa da.

## Zein da dentsitate murrizketaren ehunekoa mendira igotzean?

### ERANTZUNA

Dentsitatearen murrizketaren ehunekoa proportzio baten bidez kalkula daiteke:

$$\frac{d_{itsasoa}}{d_{itsasoa} - d_{mendia}} = \frac{100}{x} \longrightarrow \frac{1,2}{0,3} = \frac{100}{x} \longrightarrow x = \frac{0,3 \cdot 100}{1,2} = 25$$



Mendira igotzean airearen dentsitatea % 25 murrizten da.

**Arnasketa bakoitzarekin pertsona batek biriketan gutxi gorabehera 0,5 l aire arnasten dituela jakinda, kalkulatu arnasketa bakoitzean sartzen den aire-masa itsasoaren mailan.**

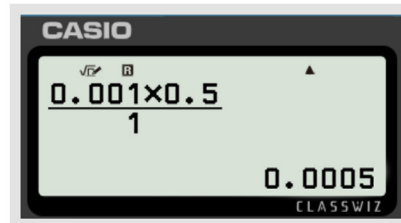
### ERANTZUNA

Lehenik eta behin, arnasketa baten bolumena litrotik  $m^3$ -ra bihurtu behar da, erlazio hau aplikatuz:

$$1 \text{ l} = 0,001 \text{ m}^3$$

Arnasketa bakoitzean hartutako aire-bolumena kalkulatzeko, itsas mailan, proportzio bat aplikatuz.

$$\frac{1}{0,001} = \frac{0,5}{x} \longrightarrow x = \frac{0,001 \cdot 0,5}{1,2} = 0,0005 \text{ m}^3$$

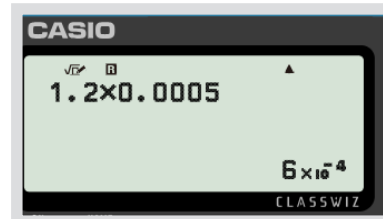
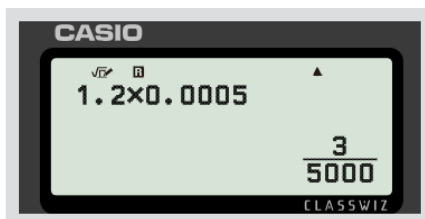


Arnasketa bakoitzarekin,  $0,0005 \text{ m}^3$ -ko aire-bolumena sartzen da biriketan.

Masaren, dentsitatearen eta bolumenaren arteko erlazioa aplikatzen da itsas mailako aire-masa kalkulatzeko, dentsitatea dela eta:

$$m = d \cdot V$$

$$m = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0005 \text{ m}^3 = 0,0006 \text{ kg}$$



Arnasketa bakoitzarekin itsas mailan sartzen den aire-masa  $0,0006 \text{ kg}$ -koa da.



## Hidroskopia

Kalkula ezazu,  $\frac{g}{cm^3}$ -tan, 250 g-ko masa eta 200  $cm^3$ -ko bolumena duen likido baten dentsitatea.

### ERANTZUNA

Aurretik likidoaren dentsitatea kalkulatzeko erabili den masa, dentsitate eta bolumenaren arteko erlazioa aplikatzen da:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{250 \text{ g}}{200 \text{ cm}^3} = 1,25 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Likidoaren dentsitatea  $1,25 \frac{g}{cm^3}$  da.

Kalkula ezazu likidoaren laginaren dentsitate erlatiboa.

### ERANTZUNA

Likido baten dentsitate erlatiboa likidoaren eta uraren dentsitateen arteko erlazioak adierazten du ( $1 \frac{g}{cm^3}$ ):

$$d_{erlatiboa} = \frac{1,25 \frac{g}{cm^3}}{1 \frac{g}{cm^3}} = 1,25$$

Likidoaren dentsitate erlatiboa 1,25 da.

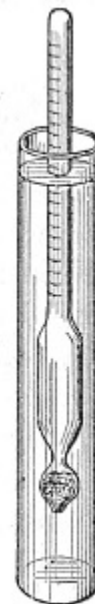
**Kalkulatutako balioetik abiatuta, hidroskopia uretan baino gehiago edo gutxiago hondoratuko den zehaztu.**

### ERANTZUNA

Likidoaren lagina ura baino dentsuagoa denez ( $1,25 > 1$ ), hidroskopia gutxiago hondoratuko da eta uretan sartzean baino marka gehiago ikusiko dira.

**Taulan agertzen diren likido laginen datuak erabiliz, likido bakoitzaren dentsitatea kalkulatu da. Ondoren, lortutako balioak alderatuko dira, urekin alderatuta hidroskopian marka gehiago edo gutxiago ikusiko diren zehazteko.**





LAGINA	MASA (g)	BOLUMENA ( $cm^3$ )
Etanola	96	120
Glizerina	63	50
Merkurioa	1088	80
Ur gazia (% 10)	428	400



## ERANTZUNA

Masa, dentsitatea eta bolumenaren arteko erlazioa aplikatzen da likidoen dentsitatea kalkulatzeko:

$$d = \frac{m}{V}$$

Etanola: $d = \frac{96 \text{ g}}{120 \text{ cm}^3} = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	
Glizerina: $d = \frac{63 \text{ g}}{50 \text{ cm}^3} = 1,26 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	
Merkurioa: $d = \frac{1088 \text{ g}}{80 \text{ cm}^3} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	
Ur gazia (% 10): $d = \frac{428 \text{ g}}{400 \text{ cm}^3} = 1,07 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	

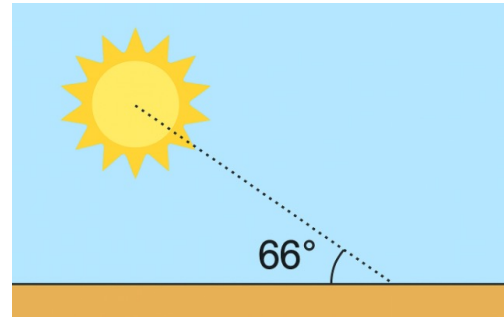
Uraren erreferentzia-balioarekin ( $1 \text{ g/cm}^3$ ) lortutako dentsitate-balioak alderatuz gero, hau ondoriozta daiteke: glizerinaren, merkurioaren eta ur gaziaren kasuan, hidroskopia marka gehiago izango ditu, ura baino likido dentsoagoak baitira; etanolaren kasuan, berriz, urarena baino dentsitate txikiagoa izango du, eta, beraz, marka gutxiago ikusiko dira.



## Zerua astrolabioarekin

❶ Astrolabioa erabiliz, ikus daiteke eguerdian Eguzkiak  $66^\circ$ -ko angelua eratzen duela horizontearikiko.

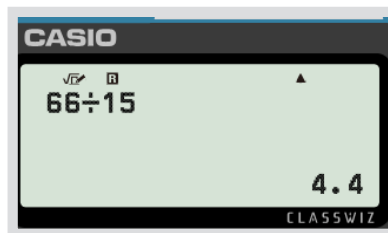
**Jakinik Eguzkiaren itxurazko mugimendua  $15^\circ$ -koa dela orduro egunsentiaren ondoren, zer ordutan argitu du?**



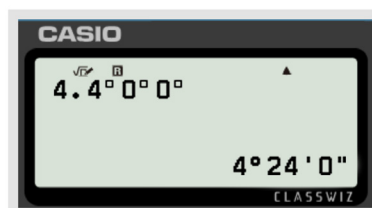
### ERANTZUNA

Egunsentitik zenbat ordu igaro diren zehazteko, eguerdian behatutako angeluaren anplitudea ordu-gehikuntzaz zatitzen da.

$$\text{orduak} = \frac{66^\circ}{15^\circ} = 4,4$$



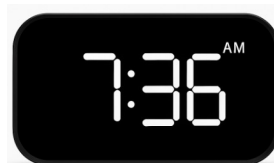
4,4 orduko balioa modu hamartarrean adierazita dago. Ordu eta minutuetara bihurtzeko, kalkulagailuaren "graduak, minutuak, segundoak" funtzioa erabiltzen da:



Eguzkia eguerdia baino 4 ordu eta 24 minutu lehenago atera zen, ordu horretan erabili baitzen astrolabioa.

Egunsentiko ordua kalkulatzeko, eguerdiko orduari astrolabioa erabili zenetik igarotako denbora kentzen zaio:

$$12 \text{ h} - 4 \text{ h } 24 \text{ min} = 7 \text{ h } 36 \text{ min}$$



7etan argitu zen: 36 h.

## Eguzkia 16:24an sartuko dela jakinda, zenbat argi ordu ditu egun honek?

### ERANTZUNA

Egun bateko argi-orduak kalkulatzeko, ilunabarraren orduaren eta egunsentiaren orduaren arteko aldea ateratzen da:

$$\begin{aligned} \text{argi-orduak} &= \text{ilunabarraren ordua} - \text{egunsentiaren ordua} = \\ &16 \text{ h } 24 \text{ min} - 7 \text{ h } 36 \text{ min} = 8 \text{ h } 48 \text{ min} \end{aligned}$$

Egunean zehar 8 h y 48 min argi dago.

2 Ekainaren 21ean udaburua izango da. Italian, Eguzkia 5:30ean aterata eta 20:30ean ezkutatu da.

## Zer ordutan ikus daiteke Eguzkia horizontearen gaineko punturik altuenean?

### ERANTZUNA

Egunsentiaren eta ilunabarraren artean iritsiko da Eguzkia punturik altuenera. Ekainaren 21ean zenbat argi-ordu dagoen kalkulatu dugu.

Argi-orduak kalkulatzeko, ilunabarraren eta egunsentiaren arteko diferentzia erabiltzen da.

$$\begin{aligned} \text{argi-orduak} &= \text{ilunabarraren ordua} - \text{egunsentiaren ordua} \\ \text{argi-orduak} &= 20 \text{ h } 30 \text{ min} - 5 \text{ h } 30 \text{ min} = 15 \text{ h} \end{aligned}$$

Eguzkiak 5:30ean (egunsentia) hasi zuen ibilbidearen erdian bere punturik altuena lortzen duenez, puntu horretara iristeko behar den denbora kalkulatu ondoren, egunsentiaren orduari gehitzen zaio.

$$\begin{aligned} \text{punturik altuenera iristeko behar duen denbora} &= \frac{\text{argi-orduak guztira}}{2} \\ \text{punturik altuenera iristeko behar duen denbora} &= \frac{15 \text{ h}}{2} = 7,5 \text{ h} = 7 \text{ h } 30 \text{ min} \end{aligned}$$



Egunsentia baino 7 h eta 30 min geroago iritsiko da Eguzkia punturik altuenera.

Eguzkiak bere punturik altuenera iristeko behar duen denbora kalkulatu ondoren, egunsentiaren orduari gehitzen zaio, Eguzkia zeruertzarekiko eguneko punturik altuenera iristen den ordua zehazteko.

$$5 \text{ h } 30 \text{ min} + 7 \text{ h } 30 \text{ min} = 13 \text{ h}$$

Eguzkia punturik altuenera iritsiko da ekainaren 21ean, 13:00etan.









HIPATIA

**CASIO®**