

Cálculo del volumen de una guitarra clásica

■ **Ignacio Picazo Menéndez**
Colegio Madrid Pinar (Madrid)



- ① 1º - 2º ESO
- ② 3º - 4º ESO
- ③ 1º - 2º BACH.

Al finalizar el temario correspondiente a funciones y concretamente dentro de las aplicaciones de la integral definida, esta actividad permite aplicar lo aprendido utilizando una herramienta tecnológica, además, se recurrirán a otros conocimientos matemáticos como son las proporciones para trabajar con escalas y la geometría plana.



ACTIVIDAD

¿Cuál es el volumen de mi guitarra?



SOLUCIÓN

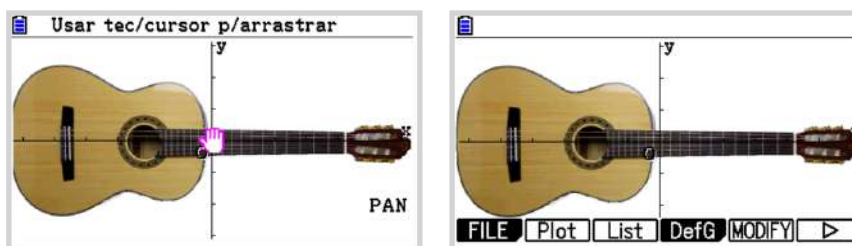
Para resolver esta pregunta se modeliza la función que mejor se ajusta al contorno de la guitarra para calcular su integral definida y obtener el área de la tapa de la caja de resonancia. La propia geometría de la guitarra permitirá después calcular su volumen.

El primer paso es convertir la imagen de una guitarra a formato .g3b con el programa CASIO Picture Conversión para que sea legible por la calculadora. Una vez guardada en la calculadora se abre desde el menú "Trazar imagen":

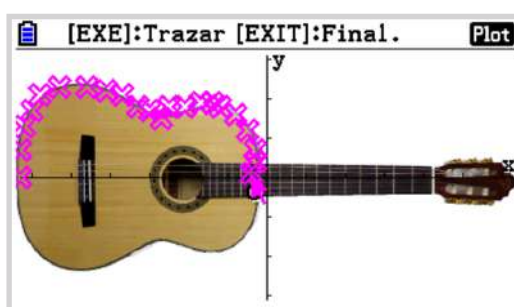




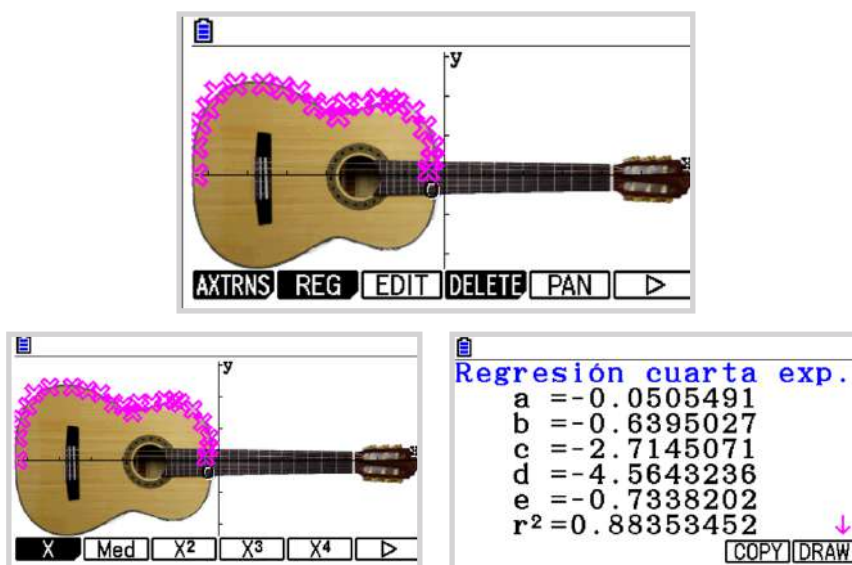
La imagen de la guitarra aparecerá centrada con los ejes de coordenadas, si no es así, con la función "PAN" se pueden desplazar:



Se traza el contorno superior de la guitarra con la opción "Plot" para definir la función:

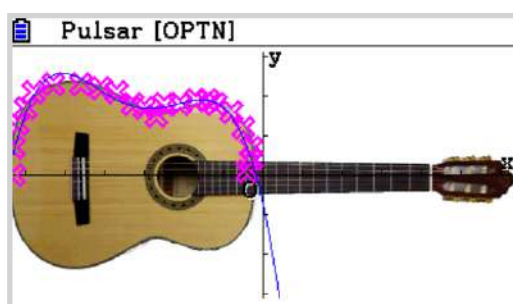


Se pulsa "REG" y se elige el tipo de regresión que mejor se ajuste a la imagen:

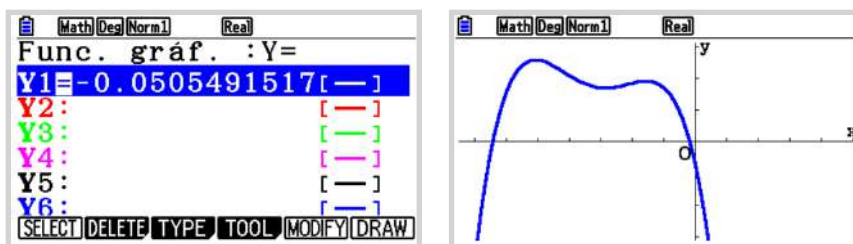


En este caso se utiliza la regresión polinómica de grado cuarto cuyo coeficiente de determinación r^2 toma un valor próximo a 1. La función que modeliza el contorno es:

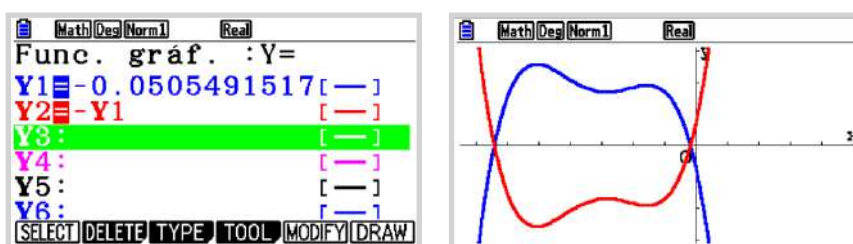
$$f(x) = -0,051x^4 - 0,640x^3 - 2,72x^2 - 4,56x - 0,734$$



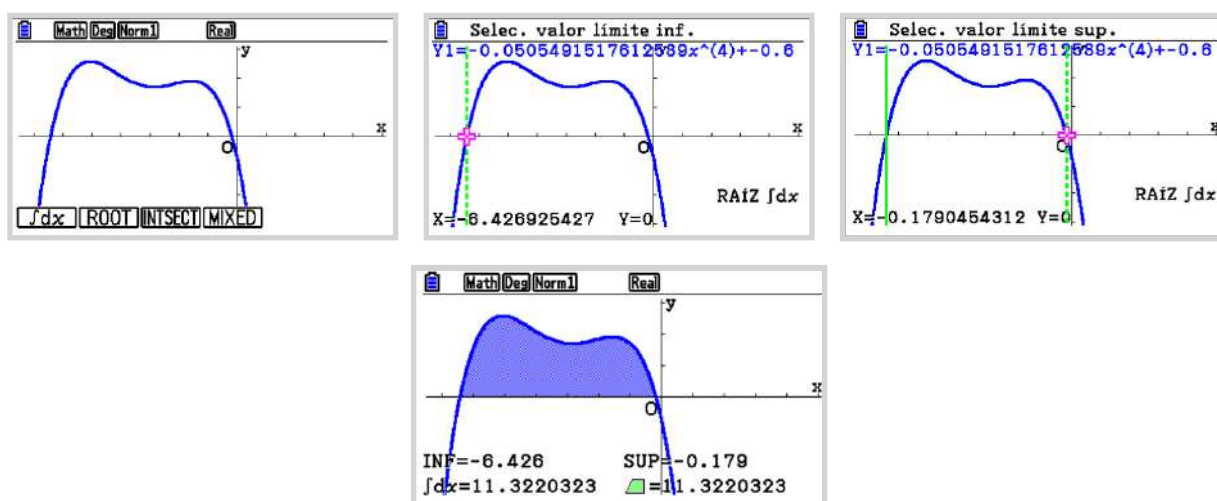
Una vez obtenida la función se copia para seguir trabajando en el menú "Gráfico":



Para obtener el contorno completo de la guitarra se dibuja la función $-f(x)$:



Se calcula el área encerrada entre la función que modeliza la parte superior del contorno (gráfica azul) y el eje de abscisas utilizando la integral definida:



$$\int_{-6,43}^{-0,179} -0,051x^4 - 0,640x^3 - 2,72x^2 - 4,56x - 0,734dx \approx 11,3 u^2$$

El área completa de la tapa se obtiene multiplicando por dos el área anterior:

$$A_{\text{total}} = 2 \cdot 11,3 \approx 22,6 u^2$$





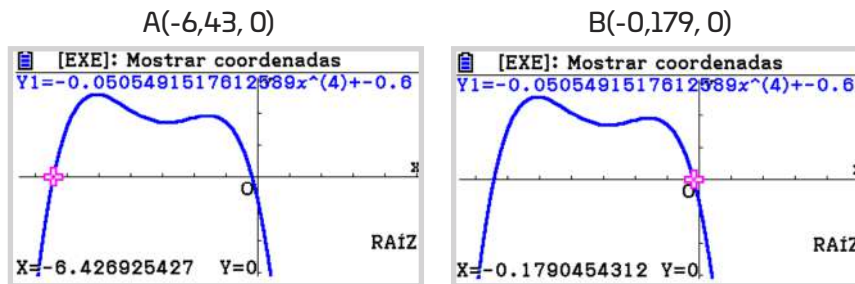
Para convertir este valor (que está a escala) a un valor real se mide la longitud de la caja de resonancia (43 cm) y se calcula la relación de semejanza:

$$K = \frac{\text{longitud en la imagen}}{\text{longitud real}}$$



En la imagen, se calcula la distancia entre los puntos donde la función corta al eje de abscisas:

$$d(A, B) = \sqrt{[-0,179 - (-6,43)]^2 + 0} \approx 6,61 \text{ u}$$



La relación de semejanza es:

$$K = \frac{\text{longitud en la imagen}}{\text{longitud real}} = \frac{6,61}{43} \approx 0,153$$

Y la relación entre las áreas es:

$$K^2 = \frac{\text{Área imagen}}{\text{Área real}}$$

$$0,153^2 = \frac{22,6}{\text{Área real}}$$

$$\text{Área real} = 959,44 \text{ cm}^2$$

Puesto que la geometría de la guitarra clásica es de dos áreas planas iguales separadas entre sí 8 cm, se calcula el volumen:

$$\text{Volumen} = \text{Área de la base} \times \text{grosor de la guitarra}$$

$$V = 959,44 \cdot 8 \approx 7\,675,52 \text{ cm}^3$$