

WEBINARS

Área de un cuadrilátero dentro de un rectángulo.

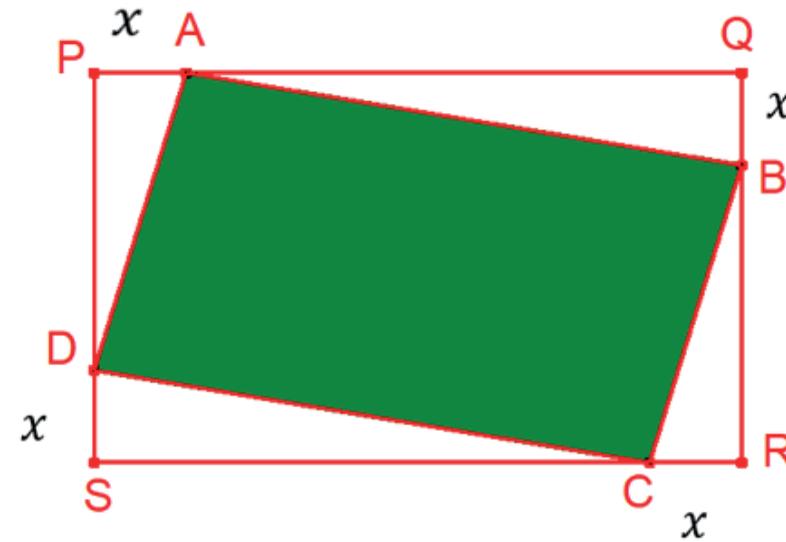




Área de un cuadrilátero dentro de un rectángulo.

ACTIVIDAD

Sea el rectángulo PQRS de lados $\overline{PQ} = 10$ cm y $\overline{SP} = 6$ cm. Los puntos A, B, C, D están respectivamente sobre los lados \overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RS} , \overline{SP} y se cumple que $\overline{PA} = \overline{QB} = \overline{RC} = \overline{SD} = x$.



$$\overline{PQ} = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{SP} = 6 \text{ cm}$$

- Si $x = 1$, calcula el área del cuadrilátero ABCD.
- ¿Qué valores puede tener x ?
- ¿Cuál es la expresión ($S(x)$) que da el área del cuadrilátero ABCD?
Escribe sus características.



Área de un cuadrilátero dentro de un rectángulo.

d) Completa la siguiente tabla y representa la función:

x	Área ABCD = $S(x)$
0	
0,5	
1	
1,5	
2	
2,5	
3	
3,5	
4	
4,5	
5	
x	

e) ¿Para qué valor de x el área del cuadrilátero ABCD es mínima? Calcula el área mínima.

f) Si el área del cuadrilátero ABCD es igual a 40 cm^2 , calcula el valor de x .

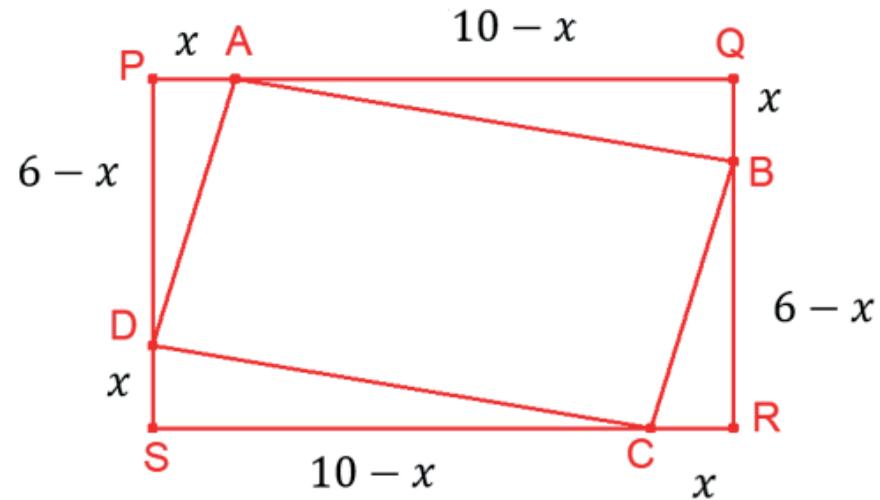
g) ¿Para qué valores de x el área del cuadrilátero ABCD es menor o igual que 30 cm^2 ?

SOLUCIÓN

- a) El área del cuadrilátero ABCD es igual al área del rectángulo PQRS menos la suma de las áreas de los triángulos rectángulos $\triangle PAD$, $\triangle QAB$, $\triangle RCB$, $\triangle RCB$, $\triangle SCD$.

Si $x = 1$:

$$S_{ABCD} = 60 - \left(\left(\frac{9}{2} + \frac{9}{2} \right) + \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{2} \right) \right) = 60 - 14 = 46 \text{ cm}^2$$



- b) $x \in [0,6]$.



Área de un
cuadrilátero
dentro de un
rectángulo.



Área de un cuadrilátero dentro de un rectángulo.

c) Para cualquier valor de x , el área del cuadrilátero ABCD es:

$$S(x) = 10 \cdot 6 - (x \cdot (6 - x) + x \cdot (10 - x))$$

$$S(x) = 2x^2 - 16x + 60, \quad x \in [0,6]$$

La función es una parábola cóncava.

d) Para completar la tabla se usa el menú **Tabla** de la calculadora:

$f(x) = 2x^2 - 16x + 60$

Rango tabla
Inic.: 0
Final: 6
Paso: 0.5

	x	$f(x)$
1	0	60
2	0.5	52.5
3	1	46
4	1.5	40.5

0

	x	$f(x)$
5	2	36
6	2.5	32.5
7	3	30
8	3.5	28.5

3.5

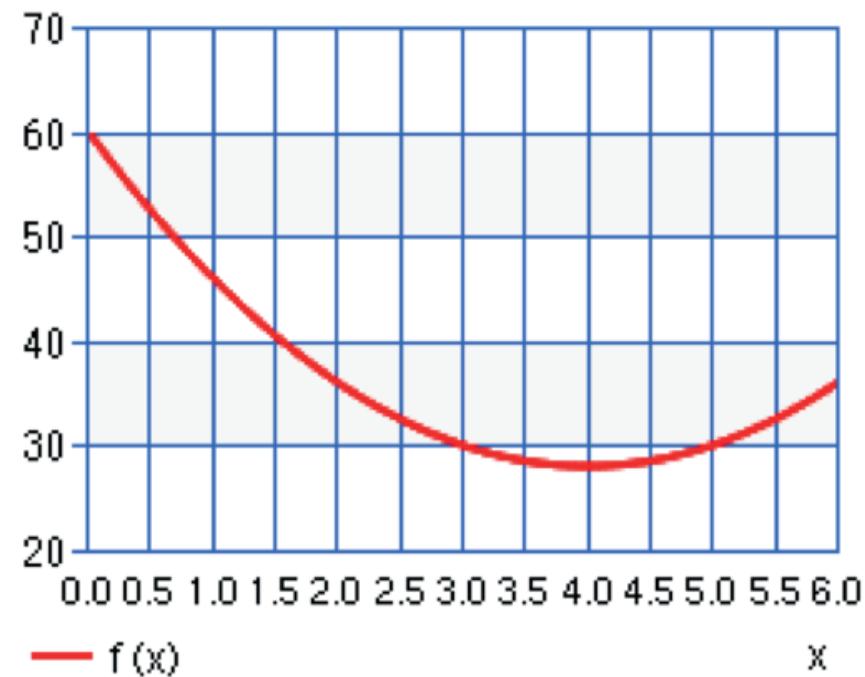
	x	$f(x)$
9	4	28
10	4.5	28.5
11	5	30
12	5.5	32.5

5.5



Área de un cuadrilátero dentro de un rectángulo.

Para representar la función se genera el código QR (**SHIFT** **OPTN**):





Área de un cuadrilátero dentro de un rectángulo.

- El mínimo se alcanza en el vértice, este valor se obtiene con el menú **Ecuación/ Func.** Cuando se resuelve la ecuación $S(x) = 0$, además de las raíces, se obtiene el valor del vértice de la parábola $S(x)$:

$$ax^2+bx+c \quad \sqrt{\Delta} \quad i$$

$$2x^2-16x+60$$

$$60$$

$$ax^2+bx+c=0 \quad \sqrt{\Delta} \quad i \quad \nabla$$

$$X_1=$$

$$4+\sqrt{14}i$$

$$ax^2+bx+c=0 \quad \sqrt{\Delta} \quad i \quad \nabla \quad \blacktriangle$$

$$X_2=$$

$$4-\sqrt{14}i$$

$$\text{Mín de } y=ax^2+bx+c \quad \sqrt{\Delta} \quad i \quad \nabla \quad \blacktriangle$$

$$X=$$

$$4$$

$$\text{Mín de } y=ax^2+bx+c \quad \sqrt{\Delta} \quad i \quad \blacktriangle$$

$$y=$$

$$28$$

El mínimo se alcanza en $x = 4 \in [0,6]$.

El área mínima del cuadrilátero ABCD es:

$$S(4) = 28 \text{ cm}^2$$



Área de un cuadrilátero dentro de un rectángulo.

f) Para determinar los valores de x que hacen que el área del cuadrilátero ABCD sea 40 cm^2 , se resuelve la ecuación $S(x) = 40$ con el menú **Ecuación/Func**:

$$2x^2 - 16x + 60 = 40$$

$$2x^2 - 16x + 20 = 0$$

ax²+bx+c i

2x²- 16x + 20

20

ax²+bx+c=0 i ▼

X₁=

4+√6

ax²+bx+c=0 i ▼▲

X₂=

4-√6

ax²+bx+c=0 i ▼

X₁=

6.449489743

ax²+bx+c=0 i ▼▲

X₂=

1.550510257

Se observa que la primera solución no pertenece al dominio.

El área del cuadrilátero es 40 cm^2 cuando $x = 4 - \sqrt{6} \approx 1,55 \text{ cm}$.



Área de un cuadrilátero dentro de un rectángulo.

- g) Para determinar los valores de x que hacen que el área del cuadrilátero ABCD sea menor o igual que 30 cm^2 se resuelve la siguiente inecuación con el menú **Inecuación**:

$$S(x) \leq 30$$

$$2x^2 - 16x + 60 \leq 30$$

$$2x^2 - 16x + 30 \leq 0$$

El área del cuadrilátero ABCD es menor o igual que 30 cm^2 si $x \in [3,5]$.

GRACIAS

CASIO[®]