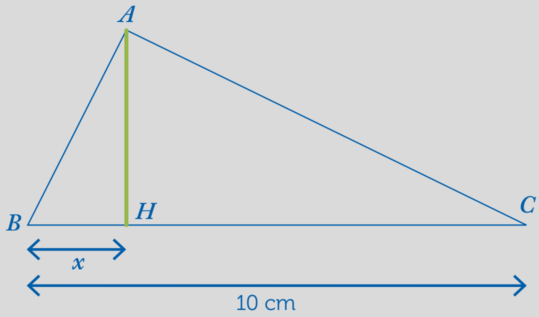
26 Función con radicales
Teorema de la altura



En un triángulo rectángulo $\overset{\triangle}{ABC}$ siendo $\hat{A} = 90°$ y $\overline{BC} = 10$ cm se traza la altura $\overline{AH}$.

Sea $\overline{BH} = x$.

Teorema de la altura

Dado el triángulo rectángulo $\overset{\triangle}{ABC}$ siendo $\hat{A} = 90°$ y $\overline{AH}$ la altura . Se tiene que $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$.

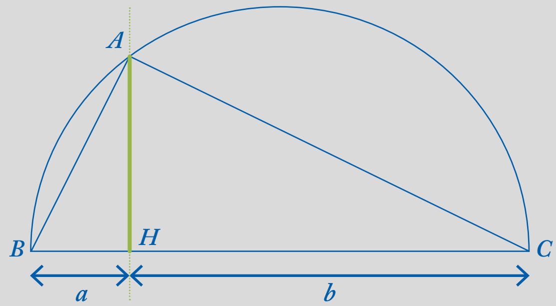
Dados dos números $a > 0$, $b > 0$, definimos la media geométrica de a y b como $M_G = \sqrt{a \cdot b}$.

Para construir, geométricamente, la media geométrica se dibuja un arco capaz de 90° sobre un segmento $\overline{BC} = a + b$, $\overline{BH} = a$, $\overline{CH} = b$.

Se dibuja la recta perpendicular por el punto H al segmento $\overline{BC}$ que corta al arco capaz en el punto A, $\angle BAC = 90°$, entonces: $\overline{AH} = \sqrt{a \cdot b}$.

La media aritmética de dos números $a > 0$, $b > 0$ es $M_A = \frac{a+b}{2}$, radio del arco capaz.

Se observa en el gráfico que $M_A \geq M_G$. La igualdad se alcanza cuando $a = b$.



1 Calcula la longitud $\overline{AH}$ de la altura para $x = 1$ cm.

2 Rellena la siguiente tabla:

x (cm)	Altura (cm)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
x	$L(x) =$

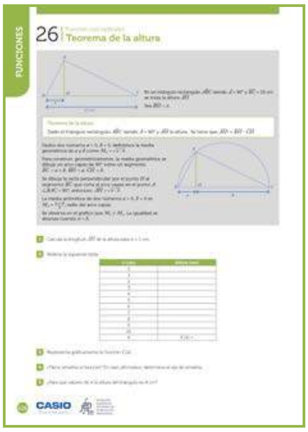
3 Representa gráficamente la función $L(x)$.

4 ¿Tiene simetría la función? En caso afirmativo, determina el eje de simetría.

5 ¿Para qué valores de x la altura del triángulo es 4 cm?

CASIO División Educativa
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

26 | Función con radicales
Teorema de la altura



MATERIALES
Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia

NIVEL EDUCATIVO
4º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS
- En esta actividad se quiere conseguir:
  - Transformar el enunciado de un problema a lenguaje algebraico.
  - Aplicar el teorema de la altura en un triángulo rectángulo.
  - Expresar una función utilizando radicales.
  - Construir la tabla de valores de una función.
  - Representar gráficas.
  - Resolver ecuaciones con la función *SOLVE*.

EJEMPLO DE SOLUCIÓN

1 **2**

Se aplica el teorema de la altura al triángulo rectángulo $\overset{\triangle}{ABC}$:

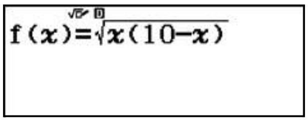
$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$$

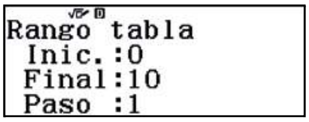
$$\overline{AH}^2 = x \cdot (10 - x)$$

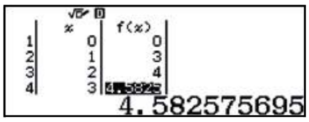
Entonces, $L(x) = \sqrt{x \cdot (10 - x)}$, $x \in [0, 10]$.

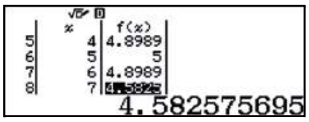
Si $x = 1$ cm, $\overline{AH} = L(1) = \sqrt{1 \cdot 9} = 3$ cm.

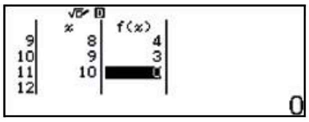
Para construir la tabla se utiliza el menú *Tabla*:











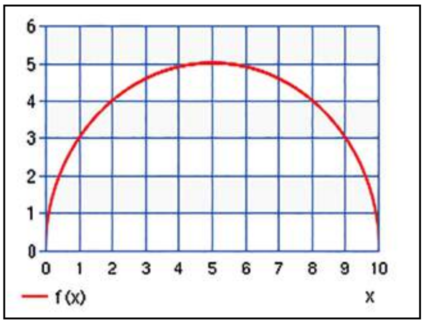
La tabla queda de la siguiente manera:

x (cm)	Altura (cm)
0	0
1	3
2	4
3	4,583
4	4,899
5	5
6	4,899
7	4,583
8	4
9	3
10	0
x	$L(x) = \sqrt{x \cdot (10 - x)}$

26 Función con radicales
Teorema de la altura

3

Para representar la función se utiliza el código *QR*:



Se observa que el vértice A recorre el arco capaz de 90° sobre $\overline{BC}$, es decir, la semicircunferencia de diámetro $\overline{BC}$.

4

La función es simétrica respecto de la recta x = 5.

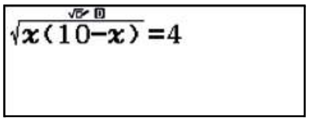
5

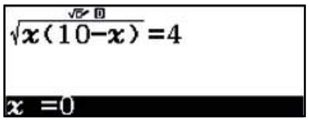
Para calcular los valores de x tales que la altura mide 4 cm se resuelve la ecuación:

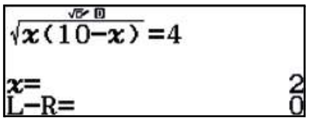
$$L(x) = 4$$

$$\sqrt{x \cdot (10 - x)} = 4$$

Para resolverla se utiliza la función *SOLVE*:







En consecuencia, la altura $\overline{AH}$ del triángulo $A\hat{B}C$ mide 4 cm cuando x = $\overline{BH}$ = 2 cm.

Ahora bien, como la función es simétrica respecto de la recta x = 4, hay otra solución que es x = 8 cm.

Para obtener esta solución se tiene que dar a la semilla un valor mayor que 4. Por ejemplo, x = 9: