

18 | Función racional

Pisando fuerte



La empresa *Adelante* fabrica zapatillas deportivas y quiere lanzar un nuevo modelo llamado *Pisa Fuerte*. Para la producción de dichas zapatillas necesita una inversión inicial de 1 000 € y la fabricación de cada par de zapatillas le supone un gasto de 50 €.

1 Si la empresa fabrica 100 pares de zapatillas ¿qué coste de fabricación tiene cada par de zapatillas?

2 Rellena la siguiente tabla:

Número de pares fabricados	Coste por par de zapatillas (€)
10	
25	
50	
100	
150	
200	
250	
x	$c(x)$

3 Representa gráficamente la función $c(x)$. ¿Qué tipo de función es $c(x)$? Describe sus características.

4 Si la empresa *Adelante* quiere que un par de zapatillas tenga un coste de fabricación de 75 €, ¿cuántos pares tiene que fabricar?

5 Haz una tabla de valores de las funciones $c(x)$ y $g(x) = \frac{1000}{x}$ cuando $x \in]0, +\infty[$.

6 Compara las características de las funciones $c(x)$ y $g(x)$.

7 Si la empresa quiere obtener un beneficio del 20% por la venta de las zapatillas *Pisa Fuerte*, ¿a qué precio tiene que vender cada par de zapatillas?

8 ¿Cuántos pares debe vender como mínimo para que el precio no supere los 95 €?

18 | Función racional Pisando fuerte



MATERIALES

Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia

NIVEL EDUCATIVO

4º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS

- En esta actividad se quiere conseguir:
 - Transformar el enunciado de un problema a lenguaje algebraico.
 - Construir la tabla de valores de una función.
 - Representar funciones gráficamente.
 - Estudiar las características de la función racional.
 - Resolver una ecuación racional.
 - Comparar dos funciones racionales.

EJEMPLO DE SOLUCIÓN

1

Si se fabrican 100 pares de zapatillas el coste de fabricación por unidad es:

$$\frac{1000 + 50 \cdot 100}{100} = 60 \text{ €}$$

Si x es el número de pares de zapatillas fabricadas, el coste por unidad es:

$$c(x) = \frac{1000 + 50x}{x} = \frac{1000}{x} + 50, x \in]0, +\infty[$$

2

Se completa la tabla de la función utilizando el menú *Tabla*:

$$f(x) = \frac{1000 + 50x}{x}$$

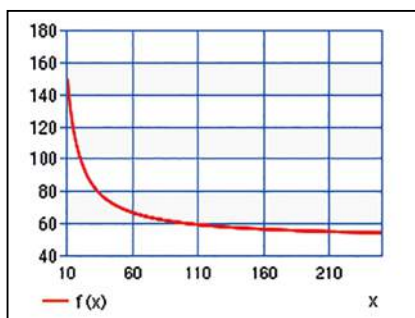
x	f(x)
10	150
25	90
50	70
100	60

x	f(x)
5	55
6	54
7	53.333
8	52.857

Número de pares fabricados	Coste por par de zapatillas (€)
10	150
25	90
50	70
100	60
150	55
200	54
250	30
x	$S(x) = \frac{1000 + 50x}{x}$

3

Para representar gráficamente la función se utiliza el código QR.



Es una función racional. La función es decreciente.

18 | Función racional Pisando fuerte

4

Para calcular cuántos pares se tienen que fabricar para que el coste del par sea 75 € se resuelve la ecuación con la función SOLVE:

$$\frac{1000 + 50x}{x} = 75$$

$\frac{1000+50x}{x}=75$	$\frac{1000+50x}{x}=75$ $x=$ 40 $L-R=$ 0
-------------------------	--

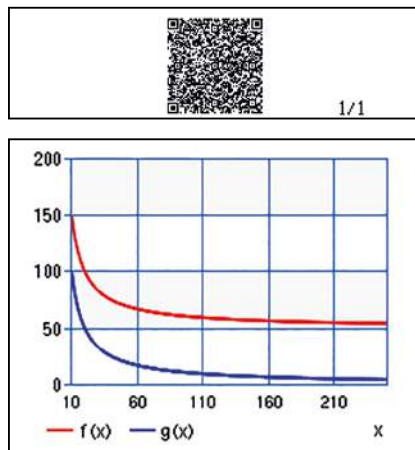
Por consiguiente, se tienen que fabricar 40 pares de zapatillas.

5

Se construyen las tablas de las funciones $c(x)$ y $g(x) = \frac{1000}{x}$ cuando $x \in]0, +\infty[$:

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> <th>g(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>150</td><td>100</td></tr> <tr><td>2</td><td>25</td><td>40</td></tr> <tr><td>3</td><td>75</td><td>13.333</td></tr> <tr><td>4</td><td>100</td><td>60</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	g(x)	1	150	100	2	25	40	3	75	13.333	4	100	60	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> <th>g(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>56.666</td><td>6.6666</td></tr> <tr><td>6</td><td>200</td><td>5</td></tr> <tr><td>7</td><td>250</td><td>4</td></tr> <tr><td>8</td><td>300</td><td>3.3333</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	g(x)	5	56.666	6.6666	6	200	5	7	250	4	8	300	3.3333
x	f(x)	g(x)																													
1	150	100																													
2	25	40																													
3	75	13.333																													
4	100	60																													
x	f(x)	g(x)																													
5	56.666	6.6666																													
6	200	5																													
7	250	4																													
8	300	3.3333																													

Con el código QR se obtienen las gráficas de las dos funciones en los mismos ejes:



6

Se observa que $c(x) = \frac{1000}{x} + 50 = g(x) + 50$.

La función $c(x)$ es una traslación vertical de 50 unidades hacia arriba de la función $g(x) = \frac{1000}{x}$, $x \in]0, +\infty[$.

De la expresión $c(x) = \frac{1000}{x} + 50$ se deduce que el coste de fabricación de un par de zapatillas siempre es mayor de 50 €.

7

La función que proporciona el precio de venta de cada par de zapatillas para ganar un 20% es:

$$p(x) = \frac{120}{100} \cdot \frac{1000 + 50x}{x}$$

Simplificando se obtiene:

$$p(x) = \frac{1200 + 60x}{x} = \frac{1200}{x} + 60$$

18 | Función racional Pisando fuerte

8

Para obtener el número mínimo de pares de zapatillas para que el precio no supere los 95 € se utiliza el menú *Tabla*:

$$f(x) = \frac{1200}{x} + 60$$

Rango tabla
Inic.:10
Final:60
Paso:10

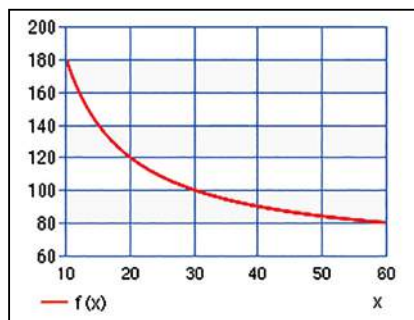
x	f(x)
10	180
20	120
30	100
40	90

De los valores de la tabla se deduce que se deben vender más de 30 y menos de 40 pares de zapatillas.

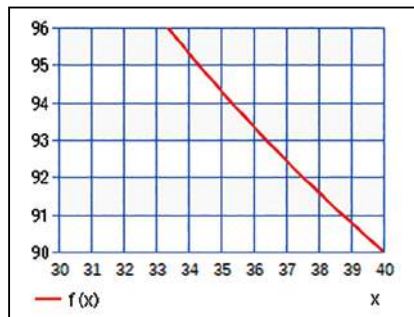
Por iteración, se observa que hay que vender al menos 35 pares de zapatillas:

x	f(x)
40	90
35	94,285
34	95,294

Mediante el código QR se puede visualizar la solución:



Si se desea observar mejor la solución, es posible ajustar la escala de los ejes desde el botón de herramientas:



Se comprueba la solución resolviendo la ecuación $\frac{1200}{x} + 60 = 95$ con la función SOLVE:

$\frac{1200}{x} + 60 = 95$
x = 34.28571429
L-R = 0

Teniendo en cuenta que la función es decreciente y que el número de pares de zapatillas es entero, se deduce que como mínimo se deben vender 35 pares para que el precio sea inferior a 95 €.