

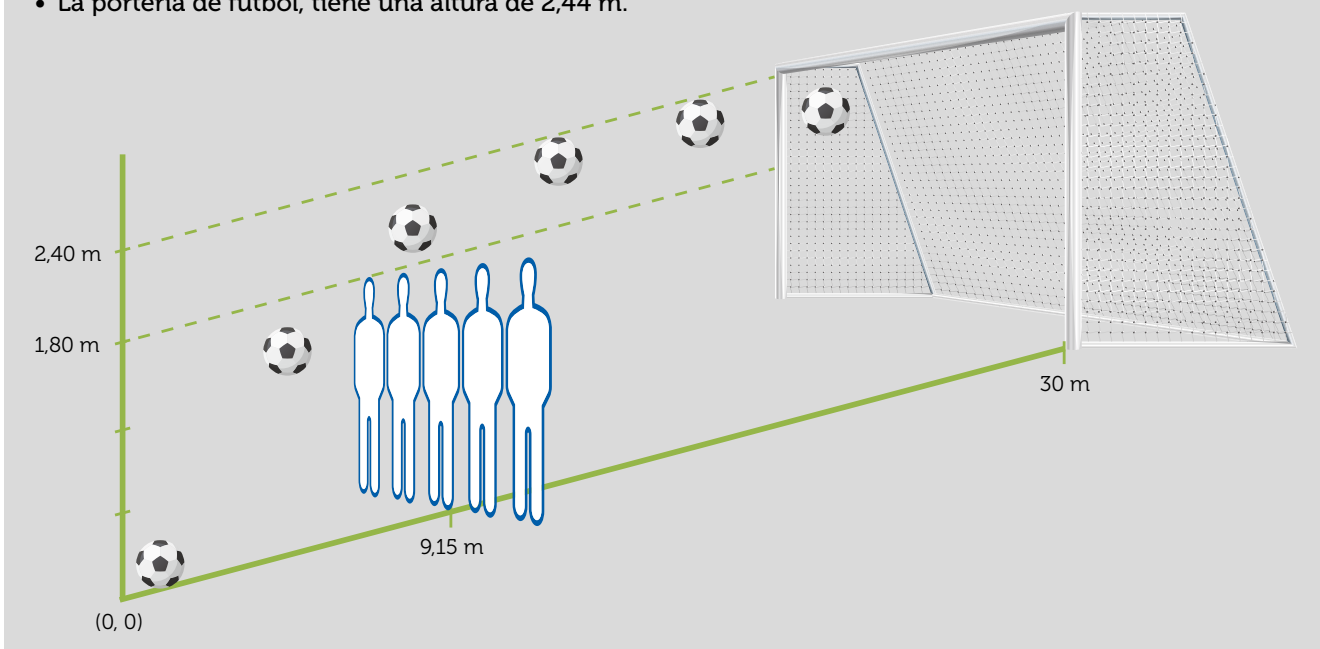
08 | Función cuadrática. Sistemas de ecuaciones

Lanzamiento parabólico directo a gol



Queremos realizar un lanzamiento libre directo a gol, mediante un chut parabólico a 30 metros de distancia de la portería. Las condiciones que debes conocer son las siguientes:

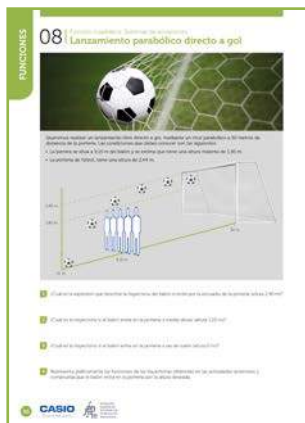
- La barrera se sitúa a 9,15 m del balón y se estima que tiene una altura máxima de 1,80 m.
- La portería de fútbol, tiene una altura de 2,44 m.



- 1 ¿Cuál es la expresión que describe la trayectoria del balón si entra por la escuadra de la portería (altura 2,40 m)?
- 2 ¿Cuál es la trayectoria si el balón entra en la portería a media altura (altura 1,20 m)?
- 3 ¿Cuál es la trayectoria si el balón entra en la portería a ras de suelo (altura 0 m)?
- 4 Representa gráficamente las funciones de las trayectorias obtenidas en las actividades anteriores y comprueba que el balón entra en la portería por la altura deseada.

08 | Función cuadrática. Sistemas de ecuaciones

Lanzamiento parabólico directo a gol



MATERIALES

Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia
Aplicación CASIO EDU+.

NIVEL EDUCATIVO

3º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS

- Con esta actividad se quiere conseguir:
 - Trabajar la resolución de sistemas lineales de ecuaciones.
 - Transformar el enunciado de un problema al lenguaje algebraico.
 - Construir funciones cuadráticas y ver sus propiedades.
 - Analizar tablas de valores y sus gráficas.
- En el ejemplo de solución, para compartir y combinar diferentes gráficos, se crea una clase en la aplicación CASIO EDU+ desde donde poder gestionar los gráficos obtenidos mediante el código QR de la calculadora.

Antes de empezar a resolver esta actividad, es aconsejable crear la clase accediendo a <http://wes.casio.com/es-es/class>.

EJEMPLO DE SOLUCIÓN

1

Del enunciado del problema, se deduce que la expresión que describe la trayectoria del balón es una función cuadrática. Es decir, se pretende encontrar una expresión del tipo:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Para determinar el valor de los coeficientes a , b y c , se consideran tres puntos que se extraen de la información del enunciado:

- Inicialmente el balón se coloca en el origen de coordenadas, en consecuencia el punto $(0, 0)$ pertenece a la función $f(x)$.

De la ecuación $f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0$, se deduce que $c = 0$.

- El balón debe pasar por encima de la barrera, por tanto la función $f(x)$ pasa por el punto $(9,15, 1,80)$.

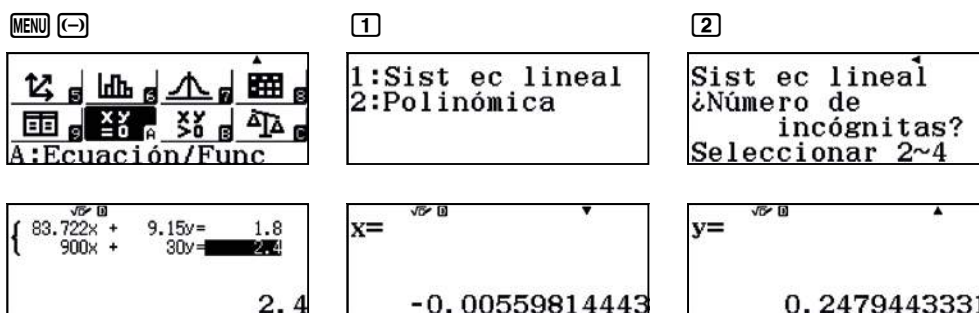
Sustituyendo las coordenadas de dicho punto en la expresión algebraica de la función $f(x)$ se obtiene:

$$f(9,15) = a \cdot (9,15)^2 + b \cdot 9,15 = 1,80$$

- Finalmente, el balón debe entrar por la escuadra de la portería, por tanto:

$$f(30) = a \cdot (30)^2 + b \cdot 30 = 2,40$$

Se resuelve el sistema que se genera con las dos últimas condiciones:



La trayectoria del lanzamiento libre directo desde los 30 metros, en la que el balón entra por la escuadra resulta ser:

$$f(x) = -0,005598x^2 + 0,247944x$$

2

Para resolver la situación en la que el balón entra en la portería a una altura de 1,20 m solo se debe modificar el último punto. Las coordenadas, en este caso, son $(30, 1,20)$ y por tanto, la segunda ecuación es:

$$f(30) = a \cdot (30)^2 + b \cdot 30 = 1,20$$

08 | Función cuadrática. Sistemas de ecuaciones

Lanzamiento parabólico directo a gol

Se resuelve el nuevo sistema:

$\begin{cases} 83.722x + 9.15y = 1.8 \\ 900x + 30y = 1.2 \end{cases}$	$x = -0.00751660966$	$y = 0.2654982899$
---	----------------------	--------------------

La trayectoria del lanzamiento libre directo desde los 30 metros en la que el balón entra en la portería a media altura resulta ser:

$$f(x) = -0,007517x^2 + 0,265498x$$

3

Para finalizar, la ecuación que describe la situación en la que el balón entra en la portería a ras de suelo, se obtiene al sustituir el punto (30, 0) en la expresión algebraica de la función $f(x)$:

$$f(30) = a \cdot (30)^2 + b \cdot 30 = 0$$

y se resuelve el nuevo sistema:

$\begin{cases} 83.722x + 9.15y = 1.8 \\ 900x + 30y = 0 \end{cases}$	$x = -0.00943507489$	$y = 0.2830522467$
---	----------------------	--------------------

La función de la trayectoria del balón en este caso es:

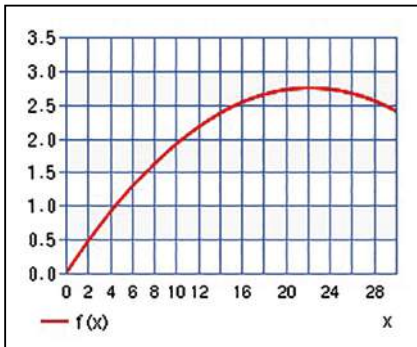
$$f(x) = -0,009435x^2 + 0,283052x$$

4

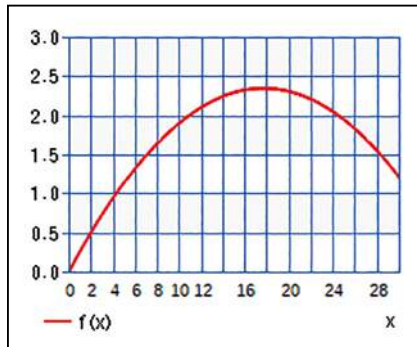
En el menú *Tabla* se introducen cada una de las funciones obtenidas en los **apartados anteriores**, se observan los valores en las tablas y se generan los respectivos códigos QR para visualizar cada una de las gráficas:

$f(x) = -0.005598x^2 + 0.247944x$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 30 Paso: 2	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>24</td><td>2.7262</td></tr> <tr><td>26</td><td>2.6622</td></tr> <tr><td>28</td><td>2.5536</td></tr> <tr><td>30</td><td>2.4001</td></tr> </table> 2.40012	x	f(x)	24	2.7262	26	2.6622	28	2.5536	30	2.4001
x	f(x)											
24	2.7262											
26	2.6622											
28	2.5536											
30	2.4001											
$f(x) = -0.007517x^2 + 0.265498x$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 30 Paso: 2	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>24</td><td>2.0421</td></tr> <tr><td>26</td><td>1.8214</td></tr> <tr><td>28</td><td>1.5406</td></tr> <tr><td>30</td><td>1.1964</td></tr> </table> 1.19964	x	f(x)	24	2.0421	26	1.8214	28	1.5406	30	1.1964
x	f(x)											
24	2.0421											
26	1.8214											
28	1.5406											
30	1.1964											
$f(x) = -0.009435x^2 + 0.283052x$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 30 Paso: 2	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>24</td><td>1.3586</td></tr> <tr><td>26</td><td>0.9812</td></tr> <tr><td>28</td><td>0.5284</td></tr> <tr><td>30</td><td>0.0006</td></tr> </table> 0.00006	x	f(x)	24	1.3586	26	0.9812	28	0.5284	30	0.0006
x	f(x)											
24	1.3586											
26	0.9812											
28	0.5284											
30	0.0006											

Entra por la escuadra



Entra a media altura



Entra a ras de suelo

