

# 02 | De la frecuencia relativa a la probabilidad. Regla de Laplace

## Lanzamiento de dos dados



Un juego relativamente sencillo es escoger un número natural entre 2 y 12, a continuación, lanzar dos dados y realizar la suma de los números obtenidos.

Si la suma obtenida al azar coincide con el número escogido, has ganado.

¿Te interesa escoger algún número en particular?

- 1 Para averiguar el número más favorable que interesa escoger, se realiza el experimento de lanzar los dados y anotar los resultados en grupos de 3.  
Cada miembro del grupo debe realizar un mínimo de 50 lanzamientos y anotar los resultados de sumar los dados.

- 2 Anotad, en una tabla, como la siguiente la recopilación de los lanzamientos de todos los miembros del grupo.

Suma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
Frecuencia absoluta												
Frecuencia relativa												

- 3 A partir de las frecuencias relativas obtenidas, asignad probabilidades a cada uno de los sucesos. ¿Creéis que son fiables esas probabilidades? ¿Por qué?

- 4 Calculad las probabilidades de éxito de cada uno de los sucesos mediante la regla de Laplace:

$$P(\text{suceso}) = \frac{N^\circ \text{ casos favorables}}{N^\circ \text{ total de casos posibles}}$$

Suma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
Casos favorables												
Probabilidad												

- 5 Utilizando el menú *Estadística*, generando el código QR y con la aplicación CASIO EDU+, realizad el diagrama de barras de los resultados del grupo.
- 6 Compartid vuestros resultados con el resto de los grupos y recopilad los lanzamientos de toda la clase. Volved a realizar la asignación de probabilidades y comparad con los resultados teóricos de la regla de Laplace.
- 7 Realizad el diagrama de barras con los datos compartidos de todos los grupos de la clase.
- 8 ¿Qué número se debe escoger si se desea tener más opciones de ganar?

# 02 | De la frecuencia relativa a la probabilidad. Regla de Laplace

## Lanzamiento de dos dados



### MATERIALES

- 2 dados por alumno
- Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia
- Aplicación CASIO EDU+

### NIVEL EDUCATIVO

2º de ESO

### ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS

- Con esta actividad, aprovechando las diferentes opciones que proporciona la calculadora, se pretende introducir el concepto de probabilidad. Así mismo servirá como trabajo de experimentación para el cálculo de frecuencias relativas y corroboración de la ley de los grandes números.
- En el ejemplo de solución, para compartir y combinar diferentes gráficos, se crea una clase en la aplicación CASIO EDU+ desde donde poder gestionar los gráficos obtenidos mediante el código QR de la calculadora.

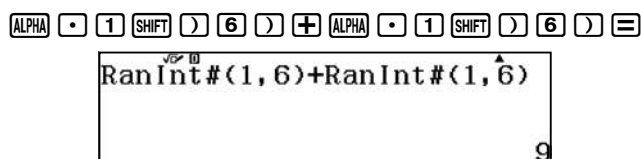
Antes de empezar a resolver esta actividad, es aconsejable crear la clase accediendo a <http://wes.casio.com/es-es/class>.

- La función  $RanInt\#$  de la calculadora es una buena alternativa si no se dispone de dados reales para simular los lanzamientos. También es una buena opción, en combinación con otras funcionalidades de la calculadora, si se desea realizar un número elevado de lanzamientos.

### EJEMPLO DE SOLUCIÓN

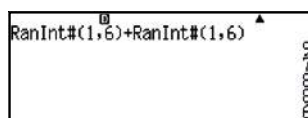
1

Cada miembro del grupo realiza un mínimo de 50 lanzamientos y anota los resultados. Como alternativa, se puede utilizar la calculadora para simular el lanzamiento de los dados:



Ejecutando repetidas veces  $\text{=}$  se simula y se obtiene el resultado de la suma.

Para una mejor visualización de los lanzamientos, se configura la calculadora en formato de entrada y salida decimal  $\text{SHIFT}$   $\text{MENU}$   $1$   $3$  y se escoge la fuente multilínea pequeña  $\text{SHIFT}$   $\text{MENU}$   $\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   $3$   $2$ :



2

La recopilación de los lanzamientos de todos los miembros del grupo puede ser, por ejemplo, la siguiente:

Suma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
Frecuencia absoluta	5	9	19	7	20	40	34	18	6	4	2	164
Frecuencia relativa	0,03	0,05	0,12	0,04	0,12	0,24	0,21	0,11	0,04	0,02	0,01	1

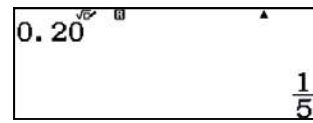
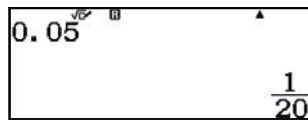
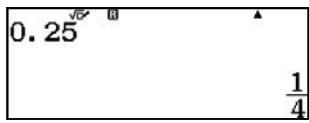
3

La asignación de probabilidades viene dada por la frecuencia relativa. Se puede expresar en porcentajes o bien de la siguiente manera: la probabilidad de obtener un 7 es aproximadamente una entre cuatro pues representa el 24% de los lanzamientos. Así mismo, por ejemplo, la posibilidad de obtener un 3 sería una entre veinte, y la probabilidad de obtener un 8 sería aproximadamente una entre cinco:

# 02 De la frecuencia relativa a la probabilidad. Regla de Laplace

## Lanzamiento de dos dados

$$P(7) \approx 0,25 = 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad P(3) \approx 0,05 = 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \quad P(8) \approx 0,20 = 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$



El número total de lanzamientos ha sido 164 (no tiene que ser 150, puesto que se requiere un mínimo de 50 lanzamientos por alumno) y se considera que no es suficientemente grande para sacar conclusiones fiables.

4

Con la regla de Laplace se obtienen los siguientes resultados:

Suma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
Casos favorables	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	36
Probabilidad	0,03	0,06	0,08	0,11	0,14	0,17	0,14	0,11	0,08	0,06	0,03	1

Se puede comprobar, que obtener 7 en la suma de los dados, es el resultado que tiene más casos favorables (1 + 6; 2 + 5; 3 + 4; 4 + 3; 5 + 2; 6 + 1) con una probabilidad de una entre seis (aproximadamente 0,17 = 17%)

Los resultados obtenidos experimentalmente confirman que el número de lanzamientos simulados no es suficiente.

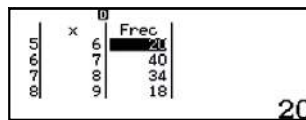
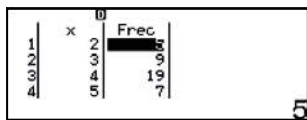
5

El uso del menú *Estadística* (MENU 6 1) combinado con la aplicación CASIO EDU+ permite realizar el diagrama de barras de la experiencia.

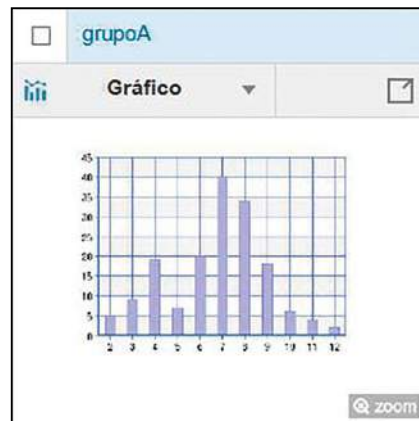
Se activa la columna de frecuencias absolutas desde la configuración de la calculadora:

SHIFT MENU ▼ 3 1

A continuación, se introducen los datos recogidos por el grupo y se genera el código QR correspondiente:



Desde la aplicación CASIO EDU+ se comparten los datos con la clase que se ha creado para la experiencia (en nuestro caso *lanzar 2 dados*). La aplicación muestra por defecto un histograma que se puede modificar a un diagrama de barras, mediante la opción de la rueda de ajustes: ⚙



# 02 | De la frecuencia relativa a la probabilidad. Regla de Laplace

## Lanzamiento de dos dados

### 6

A modo de ejemplo, se muestra el registro de datos de la experiencia realizada en una clase de 2º de ESO:

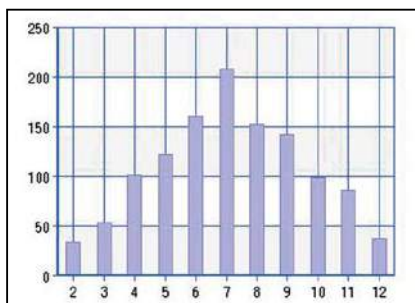
Suma	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7	Grupo 8	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Probabilidad teórica (Laplace)
2	8	4	2	8	4	0	3	5	34	0,03	0,03
3	5	5	15	6	7	2	6	7	53	0,04	0,06
4	14	12	19	6	12	4	12	22	101	0,08	0,08
5	13	15	28	13	14	6	20	13	122	0,10	0,11
6	20	28	24	23	19	8	24	15	161	0,13	0,14
7	26	32	40	32	22	8	25	23	208	0,17	0,17
8	23	21	33	18	17	5	18	17	152	0,13	0,14
9	21	14	28	19	27	6	15	12	142	0,12	0,11
10	12	9	14	16	11	4	13	20	99	0,08	0,08
11	12	5	13	10	16	6	13	11	86	0,07	0,06
12	4	8	6	2	8	1	3	5	37	0,03	0,03
Nº lanzamientos	158	153	222	153	157	50	152	150	1195	1	1

Se observa que, con un mayor número de lanzamientos, los resultados obtenidos experimentalmente tienden a los resultados obtenidos teóricamente.

### 7

Desde la aplicación CASIO EDU+ se pueden combinar los datos de todos los grupos y obtener el diagrama de barras correspondiente:

<http://wes.casio.com/class/XsPA-mK8s-eK8y-Cdgr>



### 8

Se debe escoger el número 7, ya que es el resultado con mayor probabilidad.

## I Ampliación

Repita el juego en los siguientes casos:

- 1 Realizando el valor absoluto de la diferencia de las puntuaciones de los dados.
- 2 Realizando el producto de las puntuaciones de los dados.
- 3 Realizando la división entera de las puntuaciones de los dados, escogiendo como dividendo la puntuación más alta.