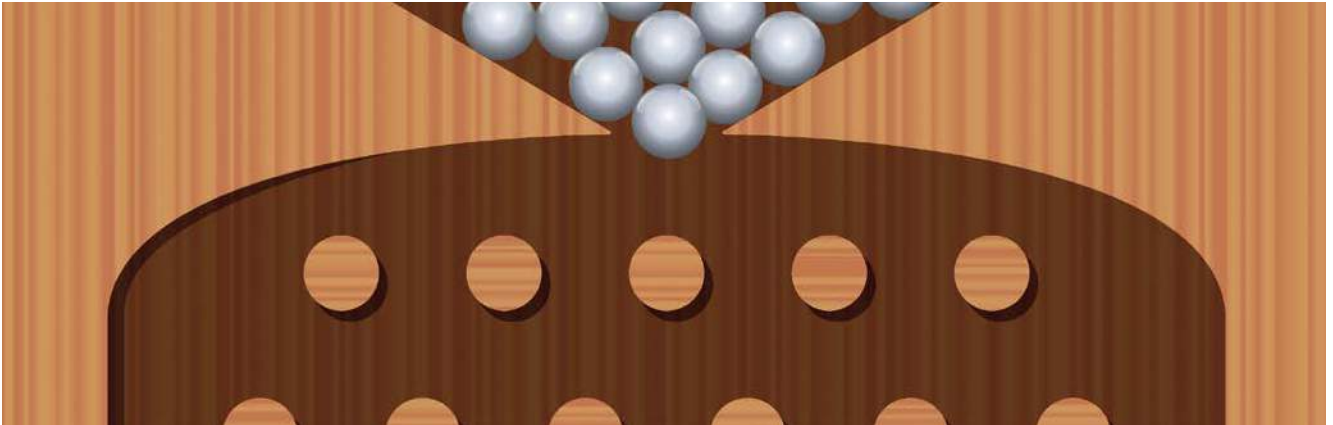


11 | Cálculo de probabilidades. Números combinatorios

La máquina de Galton o el Quincunx



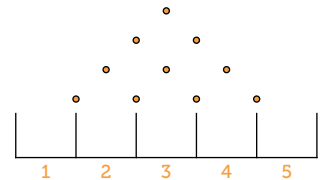
El aparato o máquina de Galton simula el siguiente experimento:

Soltamos por la máquina un gran número de bolas (cuanto mayor sea, más preciso es el experimento) de manera que cada una de ellas choca con un tope, se desplaza a izquierda o derecha de manera aleatoria, choca nuevamente y se desplaza de nuevo a izquierda o derecha. Así sucesivamente hasta que cae en un casillero situado al final del recorrido.

En cada choque, cada bola tiene la misma probabilidad de ir a izquierda o derecha.

1 Busca información sobre Galton y haz una pequeña reseña de su biografía y de su contribución a las matemáticas.

2 Si soltamos 2000 bolas en una máquina de Galton de 4 filas de topes, ¿cuántas bolas crees que se depositarán en cada casillero?



3 ¿Cuál es la probabilidad de que una bola se deposite en cada uno de los casilleros? Representa en un diagrama de barras las probabilidades que has obtenido.

4 ¿Cuántos casilleros tiene una máquina de 2 filas? ¿Y una de 3? ¿Y una de 5? ¿Cuál es la probabilidad de que una bola se deposite en cada casillero según el número de filas?

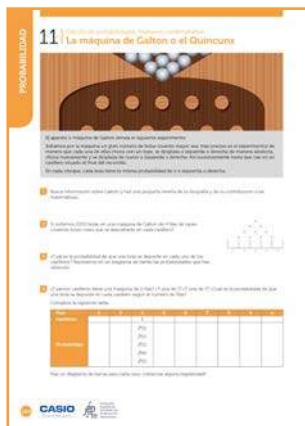
Completa la siguiente tabla:

Filas	2	3	4	5	6	7	8	9	n
Casilleros			5						
Probabilidad			$P(1)$						
			$P(2)$						
			$P(3)$						
			$P(4)$						
			$P(5)$						

Haz un diagrama de barras para cada caso, ¿observas alguna regularidad?

11 | Cálculo de probabilidades. Números combinatorios

La máquina de Galton o el Quincunx



MATERIALES

Calculadora CASIO fx-570/991SP XII Iberia
Aplicación CASIO EDU+

NIVEL EDUCATIVO

4º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS

- Con esta actividad se analiza cómo se distribuyen teóricamente las bolas en una máquina de Galton. Con el proceso de resolución se pretende revisar o introducir diversos conceptos como sucesos equiprobables, sucesos independientes, probabilidad condicionada, números combinatorios y combinaciones.
 - El uso de diagramas de árbol y del triángulo de Pascal facilita la comprensión de dichos conceptos. Por otra parte, el uso de la calculadora favorece que la atención se centre en la toma de decisiones, en la formulación de conjeturas y en su validación.
- En el ejemplo de solución, para compartir y combinar diferentes gráficos, se crea una clase en la aplicación CASIO EDU+ desde donde poder gestionar los gráficos obtenidos mediante el código QR de la calculadora.

Antes de empezar a resolver esta actividad, es aconsejable crear la clase accediendo a:

<http://wes.casio.com/es-es/class>

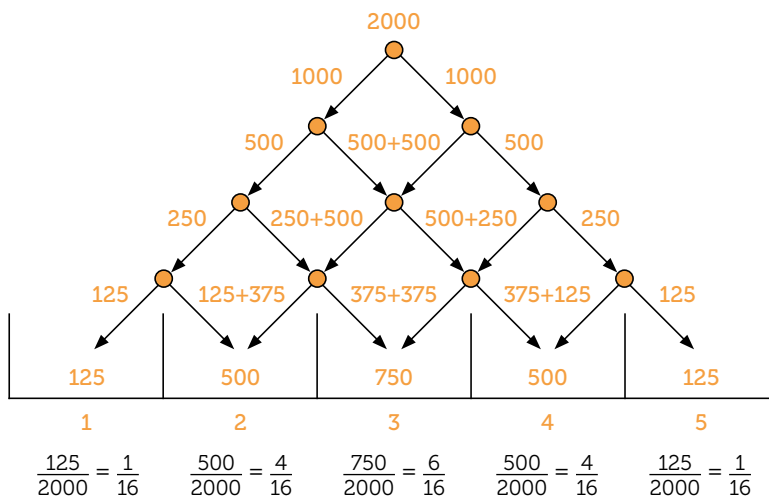
EJEMPLO DE SOLUCIÓN

1

Respuesta abierta.

2 3

Con el siguiente gráfico se calcula el número de bolas que se depositan en cada casillero y la probabilidad de que una bola se deposite en cada uno de ellos:

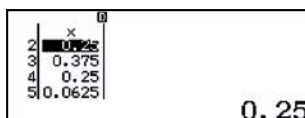


$$p(1) = p(5) = \frac{1}{16}$$

$$p(2) = p(4) = \frac{4}{16}$$

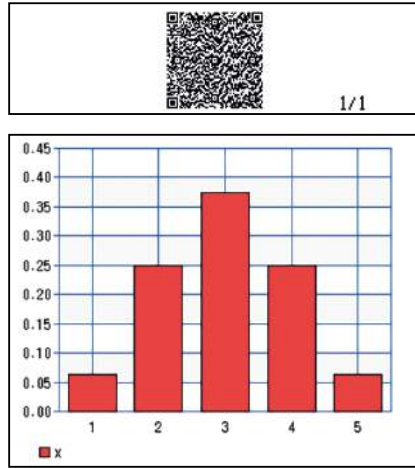
$$p(3) = \frac{6}{16}$$

Para representar el diagrama de barras se utiliza el menú *Estadística* y el código QR:



11 | Cálculo de probabilidades. Números combinatorios

La máquina de Galton o el Quincunx

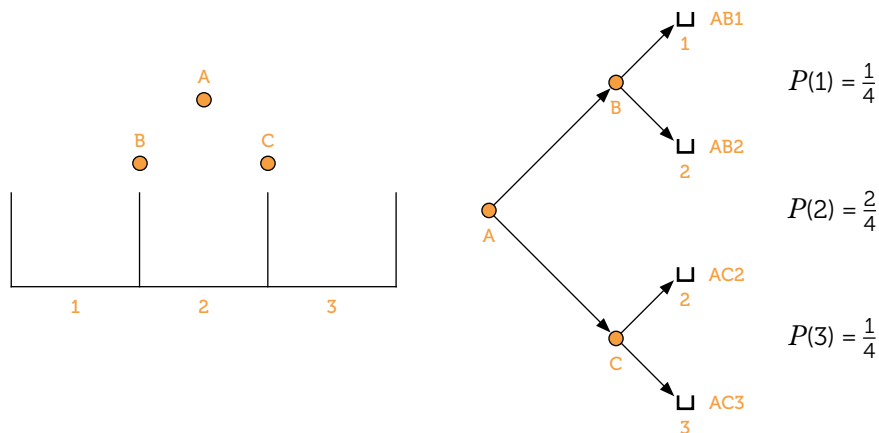


4

El número de casilleros según el número de filas y el cálculo de las diferentes probabilidades se recogen en la siguiente tabla:

Filas	2	3	4	5	6	7	8	9	n
Casilleros	3	4	5	6	7	8	9	10	$n + 1$
Probabilidad	$1/4$ $2/4$ $1/4$	$1/8$ $3/8$ $3/8$ $1/8$	$1/16$ $4/16$ $6/16$ $4/16$ $1/16$	$1/32$ $5/32$ $10/32$ $10/32$ $5/32$ $1/32$	$1/64$ $6/64$ $15/64$ $20/64$ $15/64$ $6/64$ $1/64$	$1/128$ $7/128$ $21/128$ $35/128$ $35/128$ $21/128$ $7/128$ $1/128$	$1/256$ $8/256$ $28/256$ $56/256$ $72/256$ $56/256$ $28/256$ $8/256$ $1/256$	$1/512$ $9/512$ $36/512$ $84/512$ $126/512$ $126/512$ $84/512$ $36/512$ $9/512$ $1/512$	$P(i) = \binom{n}{i-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $1 \leq i \leq n + 1$

Para calcular las probabilidades se pueden utilizar diagramas de árbol, por ejemplo:



11 | Cálculo de probabilidades. Números combinatorios

La máquina de Galton o el Quincunx

Se agilizarán los cálculos con la calculadora, por ejemplo:

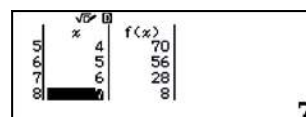
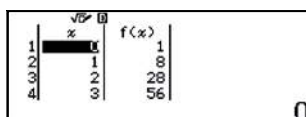
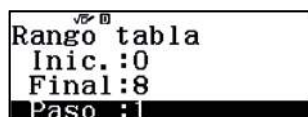
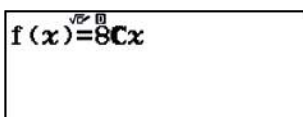
$$C_8^6 = \binom{8}{6}$$

8 SHIFT + 6 =

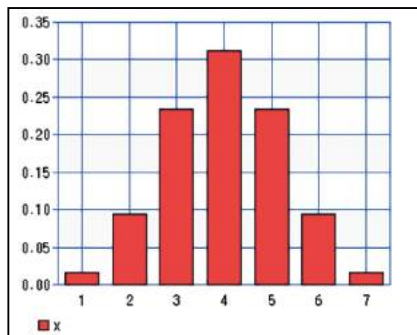
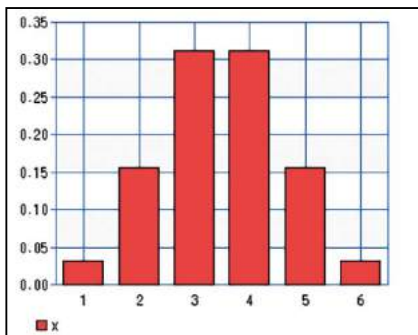
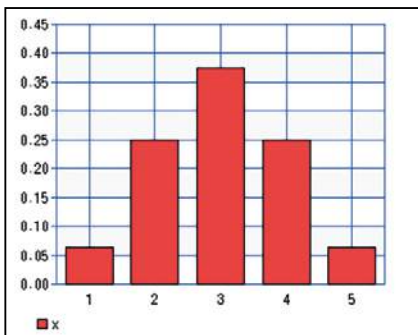


Para evitar la introducción de las combinaciones una a una se utiliza el menú *Tabla*:

MENU 9 8 SHIFT + x = 0 = 8 = =



Para visualizar conjuntamente los diferentes diagramas se utiliza el menú *Estadística*, se genera el código QR y se comparte en la clase de la aplicación CASIO EDU+ creada con antelación. Los siguientes diagramas de barras corresponden a distribuciones de 5, 6 y 7 casilleros respectivamente:

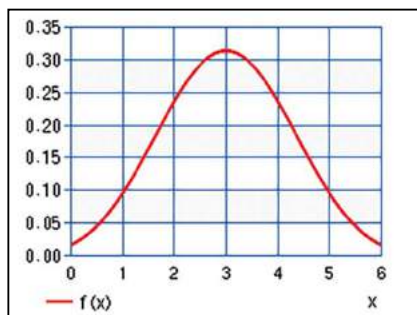
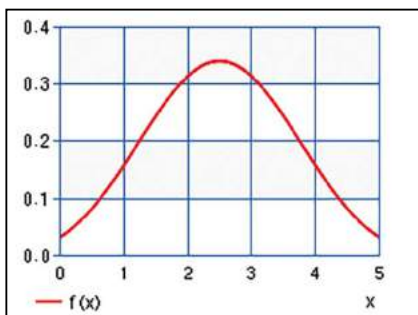
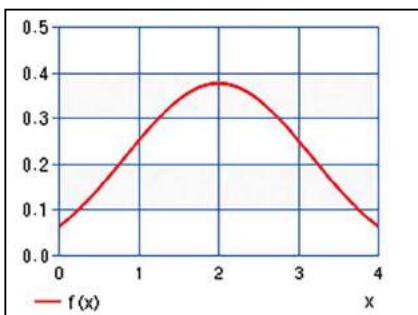
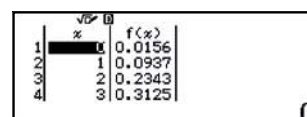
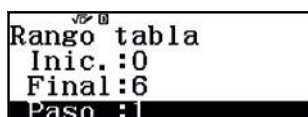


<http://wes.casio.com/class/rQr6-4y8t-OzUO-VpR2>

La comparación de los diagramas de barras permite introducir la distribución binomial.

Se pueden comparar los resultados utilizando el menú *Tabla*:

$$f(x) = \binom{6}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^6$$



En las gráficas se observa que la distribución binomial es una aproximación a la distribución normal.