

17 | Función de proporcionalidad inversa

Gases. Ley de Boyle-Mariotte

El físico y químico anglo-irlandés Robert Boyle (1662) y el físico y botánico francés Edme Mariotte (1676) formularon, de forma independiente, una de las leyes de los gases, la ley de Boyle-Mariotte que relaciona el volumen y la presión de una cierta cantidad de gas mantenida a temperatura constante.

En un recipiente cerrado, a temperatura constante, el volumen de una masa fija de gas es inversamente proporcional a la presión que se le aplica.

En términos matemáticos $P \cdot V = k$. Siendo k constante si la temperatura y la masa se mantienen constantes.

Al aumentar el volumen, las partículas (átomos o moléculas) del gas tardan más en llegar a las paredes del recipiente y por lo tanto chocan menos veces por unidad de tiempo contra ellas. Esto significa que la presión será menor ya que ésta representa la frecuencia de choques del gas contra las paredes. Cuando disminuye el volumen la distancia que tienen que recorrer las partículas es menor y por tanto se producen más choques en cada unidad de tiempo, es decir, aumenta la presión.

No es necesario conocer el valor exacto de la constante k para poder utilizar dicha ley. Supongamos que tenemos un cierto volumen de gas V_1 que se encuentra a una presión P_1 al comienzo del experimento. Si variamos el volumen de gas hasta un nuevo valor V_2 , entonces la presión cambiará a P_2 , y se cumplirá que:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

Para poder verificar su teoría, Boyle introdujo un gas en un cilindro con un émbolo y comprobó las distintas presiones al bajar el émbolo.

V(L)	Presión (atm)
60	0,5
30	1,0
20	1,5
15	2,0
12	2,5
10	3

- Representa los datos del experimento, obtén la expresión de la función que relaciona la presión según el volumen y represéntala gráficamente.
- ¿Qué presión se debe aplicar para que el gas ocupe 25 L? ¿Cuál será el volumen si se aplica una presión de 2,25 atm?
- Otro gas ocupa 8 L a una presión de 2,5 atm. Si la temperatura permanece constante, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?
 La presión también se puede expresar en mmHg: 1 atm equivale a 760 mmHg.
 ¿Cuál es la presión en mmHg, si se pasa a un recipiente de 5 L? ¿Qué volumen ocupa el gas si se le aplica una presión de 950 mmHg?
 Averigua la expresión de la función que relaciona la presión según el volumen para este gas y represéntala gráficamente.
- Compara las dos gráficas que has obtenido. ¿Qué características tienen en común? ¿Qué diferencias observas?

17 | Función de proporcionalidad inversa

Gases. Ley de Boyle-Mariotte

17 Gases. Ley de Boyle-Mariotte

El objetivo principal de esta actividad es que los alumnos conozcan la Ley de Boyle-Mariotte y que sean capaces de aplicar esta ley en situaciones reales. Para ello se les plantea un problema de aplicación de esta ley y se les pide que encuentren la solución.

El problema planteado es el siguiente: Un recipiente cerrado contiene un gas a una temperatura constante. Si el volumen del gas es de 60 cm³ y la presión es de 0,5 atm, ¿cuál será la presión si el volumen se reduce a 15 cm³?

Los alumnos deben utilizar la Ley de Boyle-Mariotte para resolver este problema. La ley establece que el producto de la presión por el volumen de un gas es constante a temperatura constante. Es decir, $P \cdot V = k$.

En este caso, tenemos que $60 \cdot 0,5 = 15 \cdot P$. Resolviendo esta ecuación, obtenemos que $P = 2$ atm.

Este problema puede resolverse de varias maneras. Una de ellas es utilizando la Ley de Boyle-Mariotte directamente. Otra es utilizando la proporcionalidad inversa. En este caso, podemos decir que la presión es inversamente proporcional al volumen. Es decir, si el volumen se reduce a la cuarta parte, la presión se multiplica por cuatro.

Este problema puede resolverse también utilizando la Ley de Boyle-Mariotte en forma de ecuación. En este caso, tenemos que $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$. Sustituyendo los valores conocidos, obtenemos que $0,5 \cdot 60 = P_2 \cdot 15$. Resolviendo esta ecuación, obtenemos que $P_2 = 2$ atm.

Este problema puede resolverse también utilizando la Ley de Boyle-Mariotte en forma de gráfico. En este caso, podemos decir que la presión es inversamente proporcional al volumen. Es decir, si el volumen se reduce a la cuarta parte, la presión se multiplica por cuatro.

Este problema puede resolverse también utilizando la Ley de Boyle-Mariotte en forma de tabla. En este caso, podemos decir que la presión es inversamente proporcional al volumen. Es decir, si el volumen se reduce a la cuarta parte, la presión se multiplica por cuatro.

MATERIALES

Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia

NIVEL EDUCATIVO

4º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

- Esta actividad pretende utilizar el modelo de la función de proporcionalidad inversa para explicar y representar la relación entre el volumen y la presión de los gases, en un recipiente cerrado a temperatura constante. Este contexto favorece un análisis significativo de las características de la función de proporcionalidad inversa y propicia el estudio del efecto en la gráfica de la variación del parámetro a en la expresión analítica de una función cuya expresión general es:

$$f(x) = a \cdot f\left(\frac{x-c}{b}\right) + d$$

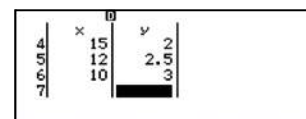
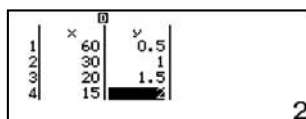
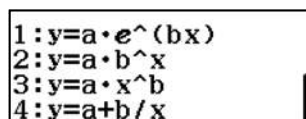
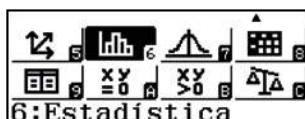
- Además, los factores de conversión, permiten en un mismo contexto utilizar la proporcionalidad directa y la proporcionalidad inversa.

- Antes de iniciar el trabajo con la calculadora hay que elegir la configuración con la que se realizarán los cálculos. En este caso, se elige el menú *Estadística* opción $y = a + \frac{b}{x}$ (MENU 6 ▼ 4) sin frecuencias, que se desactivan con la siguiente secuencia: SHIFT MENU ▼ 3 2.

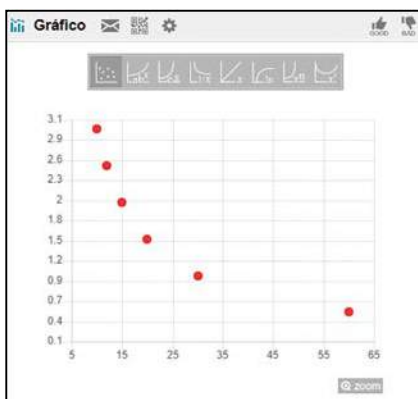
EJEMPLO DE SOLUCIÓN

1

Se introducen los datos del experimento en la calculadora desde el menú *Estadística* y se genera un código QR pulsando las teclas SHIFT OPTN:



La nube de puntos obtenida es:

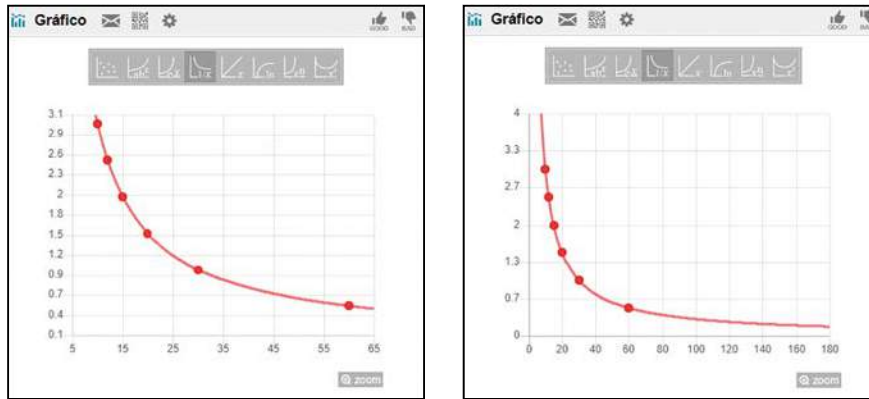


	x	y
1	60	0.5
2	30	1
3	20	1.5
4	15	2
5	12	2.5
6	10	3

17 | Función de proporcionalidad inversa

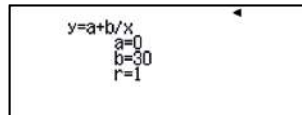
Gases. Ley de Boyle-Mariotte

El servicio de visualización en línea permite obtener la gráfica de la regresión y modificar la escala:



La expresión se obtiene desde *Cálc regresión* (**OPTN** **4**):

$$P = \frac{30}{V}$$



El valor de la constante de proporcionalidad, $k = 30$, se obtiene fácilmente multiplicando los pares de valores de la tabla de datos.

2

$$P(25) = \frac{30}{25} = 1,2 \text{ atm}$$

$$V(2,25) = \frac{30}{2,25} = 13,3 \text{ L}$$

3

La constante de proporcionalidad es:

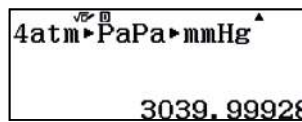
$$k = 8 \cdot 2,5 = 20 \text{ atm}$$

Utilizando la expresión $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$, se obtiene $8 \cdot 2,5 = P_2 \cdot 5$. De donde se deduce que $P_2 = \frac{20}{5} = 4 \text{ atm}$.

Haciendo la conversión de atm a mmHg, se obtiene:

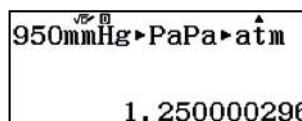
$$4 \text{ atm} \cdot \frac{760 \text{ mmHg}}{1 \text{ atm}} = 3040 \text{ mmHg}$$

4 **SHIFT** **8** **▼** **2** **1** **SHIFT** **8** **▼** **2** **4** **≡**



De la misma manera, $950 \text{ mmHg} \cdot \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}} = 1,25 \text{ atm}$:

9 **5** **0** **SHIFT** **8** **▼** **2** **3** **SHIFT** **8** **▼** **2** **2** **≡**



A partir de la expresión $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$, se obtiene $V_2 = \frac{20}{1,25} = 16 \text{ L}$.

17 | Función de proporcionalidad inversa

Gases. Ley de Boyle-Mariotte

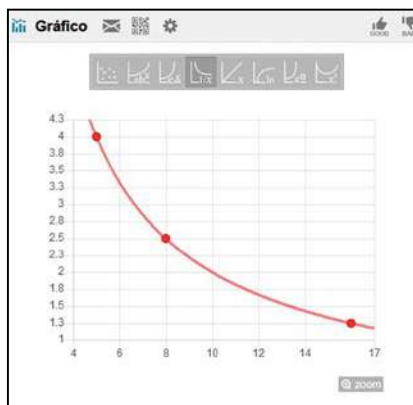
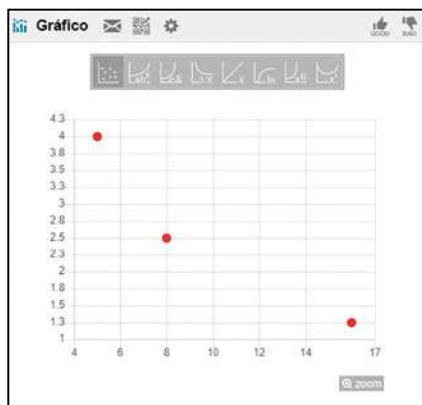
La expresión de la función presión-volumen se obtiene con el menú *Estadística*:

1	x	16	y	1.25
2		18		2.5
3		4		4

$y=a+b/x$
$a=0$
$b=20$
$r=1$

Por consiguiente, $P = \frac{20}{V}$.

Se obtiene la gráfica generando un código QR desde la tabla de datos:



4

Se introducen las dos funciones en el menú *Tabla* y se obtiene la representación gráfica generando un código QR:

9:Tabla

$$f(x) = \frac{30}{x}$$

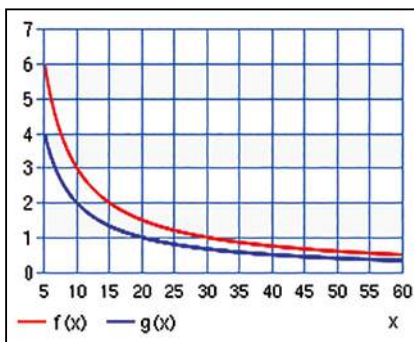
$$g(x) = \frac{20}{x}$$

Rango tabla
Inic.:5
Final:60
Paso:5

x	f(x)	g(x)
5	6	4
10	3	2
15	2	1.3333
20	1.5	1

x	f(x)	g(x)
25	1.2	0.8
30	1	0.6666
35	0.8571	0.5714
40	0.75	0.5

x	f(x)	g(x)
45	0.6666	0.4444
50	0.6	0.4
55	0.5454	0.3636
60	0.5	0.3333



Se observa que se trata de sendas dilataciones verticales de factor positivo. Estas dilataciones no modifican las asíntotas, si el parámetro a (constante de proporcionalidad) crece, la dilatación es cada vez mayor, es decir, la gráfica es más "estirada".