09 | Función lineal, función cuadrática y función cúbica
Cuerda alrededor de la Tierra

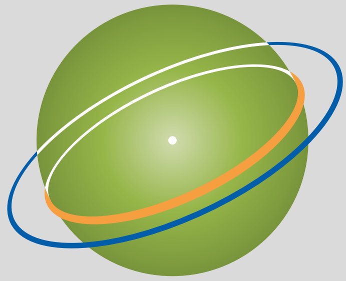
Imagina una cuerda que rodee la Tierra por el Ecuador.

¿Cuánto tendrías que alargar la cuerda para lograr que la distancia entre la cuerda y la superficie de la Tierra fuera de 1 metro en todos sus puntos?

¿Cuánto aumentaría el área del nuevo círculo?

Si envolviéramos la Tierra con una esfera a una distancia de 1 metro en todos sus puntos, ¿cuánto aumentaría el volumen de la esfera?

Nota: se adopta como radio de la Tierra el valor de 6 370 km.



A partir de una esfera de 1 m de radio, R = 1 m, se construye una nueva esfera concéntrica a la anterior de 2 metros de radio.

1 ¿Cuánto aumenta la longitud de la circunferencia máxima de la nueva esfera respecto a la longitud de la esfera inicial?

2 Rellena la siguiente tabla:

Aumento del radio	Aumento de la longitud
0	
1	
2	
3	
x	$A_L(x)$ =

3 ¿Qué tipo de función es $A_L(x)$? Represéntala gráficamente.

4 ¿Cuánto aumenta el área del círculo máximo de la nueva esfera respecto al de la esfera inicial si aumentamos el radio?

5 Rellena la siguiente tabla:

Aumento del radio	Aumento del área
0	
1	
2	
3	
x	$A_S(x)$ =

6 ¿Qué tipo de función es $A_S(x)$? Represéntala gráficamente.

7 ¿Cuánto aumenta el volumen de la nueva esfera respecto al volumen de la esfera inicial si aumentamos el radio?

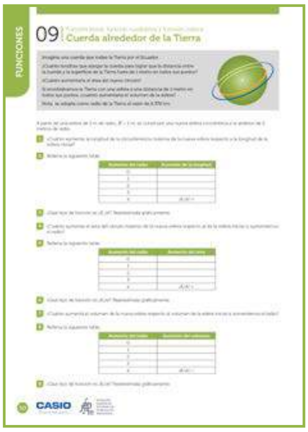
8 Rellena la siguiente tabla:

Aumento del radio	Aumento del volumen
0	
1	
2	
3	
x	$A_V(x)$ =

9 ¿Qué tipo de función es $A_V(x)$? Represéntala gráficamente.

CASIO División Educativa
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

09 | Función lineal, función cuadrática y función cúbica
Cuerda alrededor de la Tierra



MATERIALES
Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia

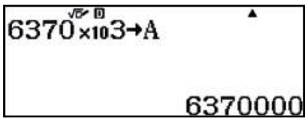
NIVEL EDUCATIVO
4º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS
- En esta actividad se quiere conseguir:
  - Transformar el enunciado de un problema a lenguaje algebraico.
  - Utilizar la notación científica.
  - Definir un valor constante con la memoria de la calculadora.
  - Construir la tabla de valores de funciones.
  - Representar gráficamente funciones.

EJEMPLO DE SOLUCIÓN

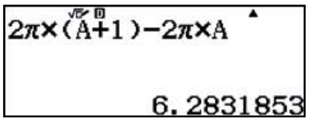
Como se van a efectuar diversas operaciones con el radio de la Tierra, es conveniente introducir su valor en la variable A ($A = 6\,370 \cdot 10^3$ m):

[6] [3] [7] [0] [x10^x] [3] [STO] [(−)]

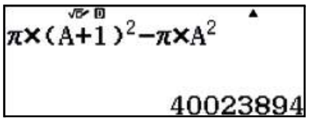


El aumento de longitud de la circunferencia, $2\pi \cdot (A + 1) - 2\pi \cdot A$, es aproximadamente 6,28 m:

[2] [SHIFT] [x10^x] [×] [(] [ALPHA] [(−)] [+] [1] [)] [−] [2] [SHIFT] [x10^x] [×] [ALPHA] [(−)] [=]

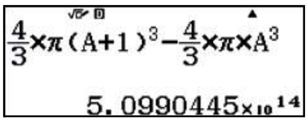


El aumento del área del círculo máximo, $\pi \cdot (A + 1)^2 - \pi \cdot A^2$, es aproximadamente 40 023 894 m², es decir, 40,02 km²:



El volumen de la esfera sufre un aumento aproximado de $5{,}1 \cdot 10^{14}$ m³, es decir, $5{,}1 \cdot 10^5$ km³:

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (A + 1)^3 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot A^3$$



1 **2** **3**

Si $x = 1$ m el aumento de longitud es:

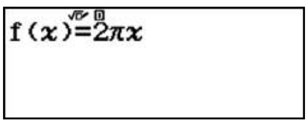
$$A_L(1) = 2\pi \cdot (1 + 1) - 2\pi \cdot 1 = 2\pi$$

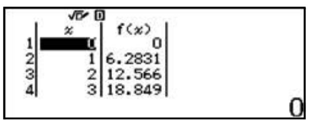
En general:

$$A_L(x) = 2\pi \cdot (1 + x) - 2\pi \cdot 1 = 2\pi \cdot x$$

Expresión de la que se deduce que es una función lineal.

Para rellenar la tabla de valores se utiliza el menú *Tabla*:

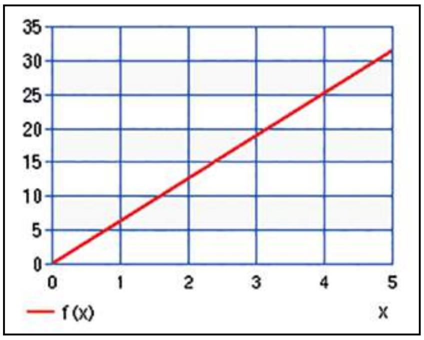




Cuerda alrededor de la Tierra

Aumento del radio	Aumento de la longitud
0	0
1	6,28
2	12,57
3	18,85
x	$A_L(x) = 2\pi \cdot x$

Para representar la función se utiliza el código *QR*:



4 **5** **6**

Si $x = 1$ m el aumento del área es:

$$A_S(1) = \pi \cdot (1+1)^2 - \pi \cdot 1^2 = 3\pi$$

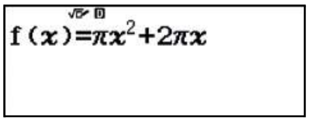
En general:

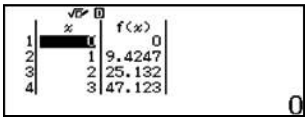
$$A_S(x) = \pi \cdot (x+1)^2 - \pi \cdot 1^2$$

$$A_S(x) = \pi \cdot (x+1)^2 - \pi \cdot 1^2 = \pi \cdot x^2 + 2\pi \cdot x$$

De esta expresión se deduce que la función es una parábola cóncava.

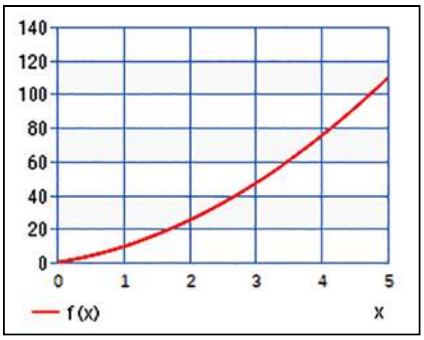
Para rellenar la tabla de valores se utiliza el menú *Tabla*:





Aumento del radio	Aumento del área
0	0
1	9,42
2	25,13
3	47,12
x	$A_S(x) = \pi \cdot x^2 + 2\pi \cdot x$

Se genera el código *QR* para representar la función:



Cuerda alrededor de la Tierra

7 8 9

Si x = 1 m el aumento del volumen es:

$$A_V(1) = \frac{4}{3}\pi \cdot (1+1)^3 - \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{28}{3}\pi$$

En general se obtiene:

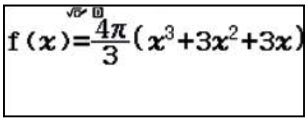
$$A_V(x) = \frac{4}{3}\pi \cdot (x+1)^3 - \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3$$

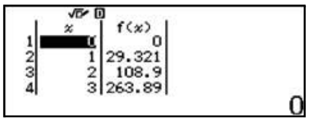
Expresión que al simplificar se transforma en:

$$A_V(x) = \frac{4\pi}{3} \cdot (x^3 + 3x^2 + 3x)$$

Se trata de una función cúbica.

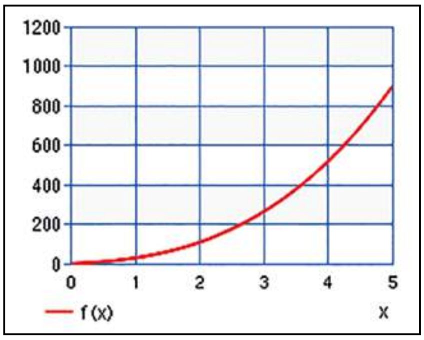
Para rellenar la tabla de valores se utiliza el menú *Tabla*:





Aumento del radio	Aumento del volumen
0	0
1	29,32
2	108,9
3	263,89
x	$A_V(x) = \frac{4\pi}{3} \cdot (x^3 + 3x^2 + 3x)$

La función se representa con el código *QR*:



Ampliación

1 ¿Cuánto hay que aumentar el radio de la esfera inicial para que la longitud de la circunferencia máxima aumente en 1 km?

2 ¿Y si se desea duplicar el área del círculo máximo?

3 ¿Cuánto hay que aumentar el radio de la esfera inicial para que se duplique su volumen?