

Transformación de funciones.

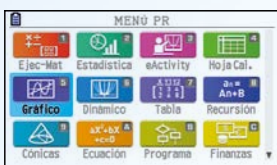
Jordi Baldrich Álvarez

Profesor y ex coordinador para España en la División Educativa de Calculadoras CASIO durante 23 años.

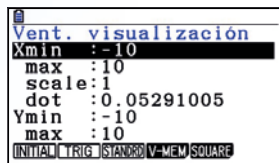
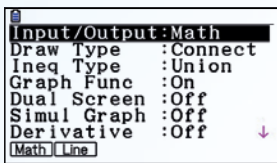
Cuando hablamos de transformaciones de funciones, nos referimos a que la gráfica de una función se puede *mover* en el plano cartesiano. Las transformaciones nos permiten dibujar de manera intuitiva las gráficas una vez que conocemos la forma general de la *función original*.

La calculadora gráfica fx-CG50 nos permite comprobar fácilmente estas transformaciones desde el menú "Gráfico" y "Dinámico". A continuación trabajaremos las traslaciones y reflexiones utilizando estas dos opciones que nos ofrece la calculadora.

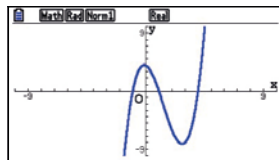
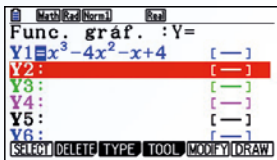
Entramos en el menú Gráfico:



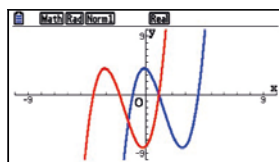
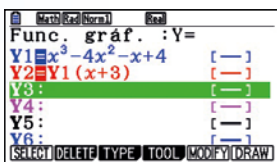
Escogemos la ventana de visualización **SHIFT** **F3** (V-Window) Standard **F3** (STANDRD) y la configuración de display **SHIFT** **MENU** (Set Up) Input / Output en Math.



Consideramos la función $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4$ y la dibujamos:



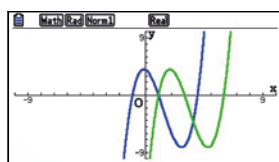
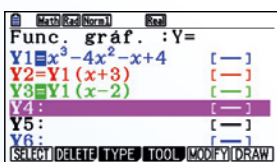
A partir de ella estudiaremos las traslaciones. Empezaremos con las transformaciones del tipo $f(x + C)$, escojamos por ejemplo $f(x + 3)$:



Vemos como la función Y2 se ha desplazado tres unidades a la izquierda en el eje de abscisas. Gracias a la pantalla en color, cada gráfica está asociada con un color a su función y podemos distinguir fácilmente cual es cada una de ellas.

A continuación probaremos con la función $f(x - 2)$.

Para introducir Y1: **VAR**, **GRAPH** (**F4**), **Y** (**F1**), **1**

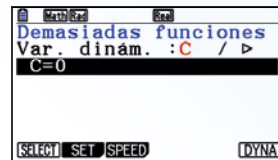
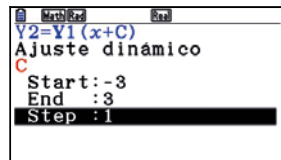
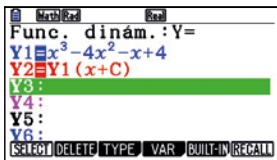


Comprobamos que la función $Y3$ se ha desplazado dos unidades a la derecha en el eje de las X respecto de la original.

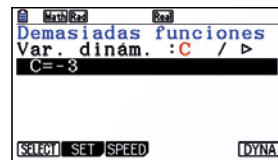
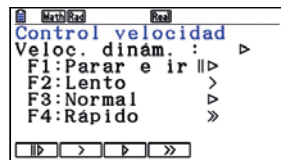
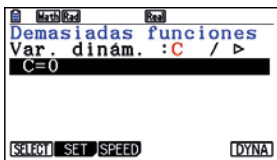
Con la ayuda del menú de gráficos dinámicos podemos realizar un estudio más genérico sobre la transformación de la función con respecto a C .



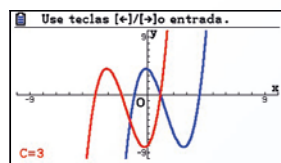
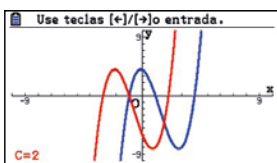
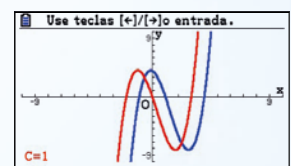
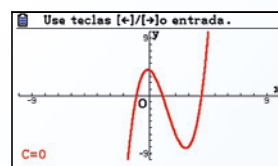
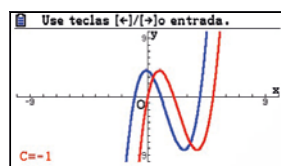
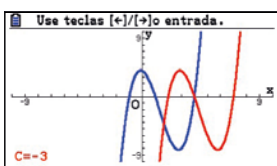
Introducimos la función $Y2$, pulsamos **EXE**, a continuación **VAR** (**F4**) y escogemos en **SET** (**F2**) los valores que deseamos que tome C .



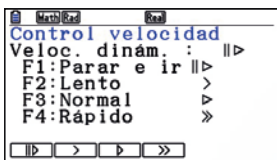
Pulsamos **EXIT** y a continuación definimos la velocidad de variación del gráfico con **SPEED** (**F3**), seleccionamos **F1** (**Stop&Go**), a continuación **EXIT** y ejecutamos el gráfico dinámico pulsando **DYNA** (**F6**).



La calculadora nos mostrará la variación del gráfico para cada valor de C cada vez que pulsemos la tecla **EXE**.

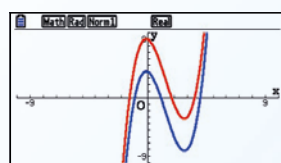
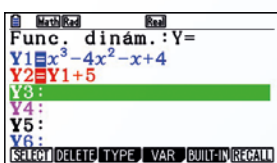


Para cambiar la velocidad a la que se muestran los gráficos, debemos pulsar **AC/ON** y escoger la más apropiada entre las cuatro que nos ofrece la calculadora.



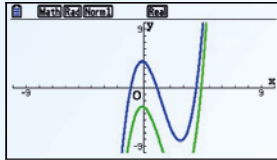
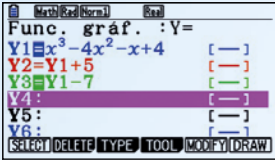
Veamos ahora las traslaciones en el eje de ordenadas con la transformación $f(x) + C$.

En el menú "Gráfico", escogemos por ejemplo $f(x) + 5$,



Comprobamos que la función se ha desplazado 5 unidades hacia arriba en el eje de las y .

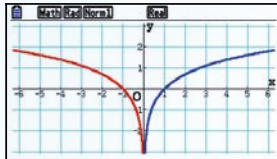
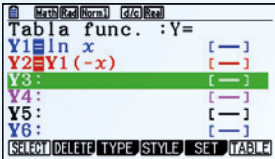
Dibujamos ahora $f(x) - 7$,



La función Y3 se ha desplazado 7 unidades hacia abajo en el eje de ordenadas.

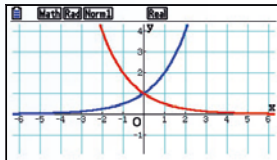
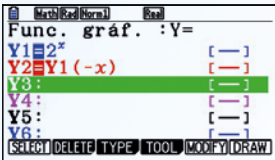
Con las reflexiones veremos la simetría de las funciones con respecto a los ejes, empezamos con la transformación $f(-x)$.

Consideramos $f(x) = \ln x$ y dibujamos $f(-x) = \ln(-x)$:



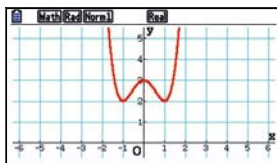
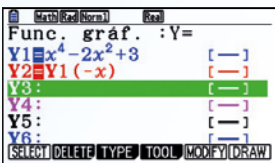
Con esta transformación podemos comprobar cómo se refleja la gráfica respecto al eje de ordenadas.

Hacemos lo mismo con $f(x) = 2^x$:



Este tipo de ejercicios nos sirve para hacernos una idea sobre la simetría par de una función.

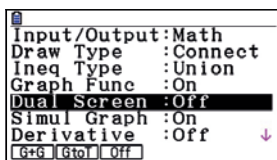
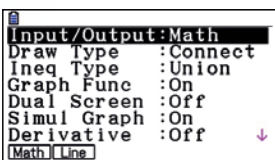
A modo de ejemplo podemos estudiar la función $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ y comprobar que $f(x) = f(-x)$.



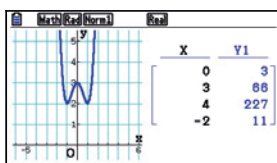
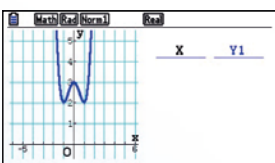
La realización de una tabla de valores para cada función también puede resultar de utilidad para comprobar que las imágenes son las mismas. Podemos hacerlo de dos formas:

-Visualizando la tabla en la pantalla gráfica:

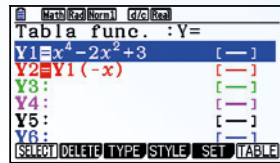
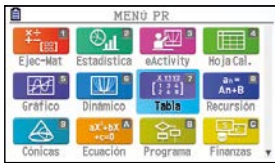
SHIFT **MENU** (Set Up), en la opción Dual Screen pulsamos **G to T** (**F2**) y **EXE**.



Con la opción **Trace** (**F1**), introducimos los valores de x y pulsamos **EXE**, **EXE**.



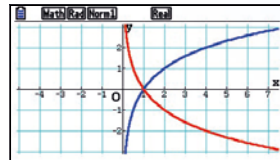
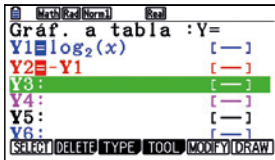
- En el menú **Tabla**, **TABLE** (**F6**):



X	Y1	Y2
-2	11	11
-1	2	2
0	3	3
1	2	2
		-1

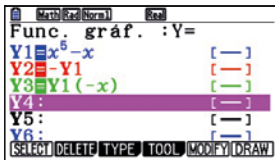
Por último, estudiamos la transformación $-f(x)$.

Introducimos $f(x) = \log_2 x$, para escribir "log" basta con pulsar **OPTN**, **CALC** (**F2**), **logab** (**F4**)



Igual que antes, podemos ver que la gráfica queda reflejada pero en este caso con respecto al eje x .

Para estudiar la simetría impar de $f(x) = x^5 - x$, podemos hacerlo desde el menú **Gráfico** o desde el menú **Tabla** y ver que $-f(x) = f(-x)$.



X	Y1	Y2	Y3
-5	-3120	3120	3120
-4	-1020	1020	1020
-3	-240	240	240
-2	-30	30	30
			-5

Hemos estimado de interés incluir este breve estudio de las transformaciones de funciones, posible de implementar de manera efectiva y rápida con las calculadoras gráficas CASIO.

Los ejercicios que se pueden resolver a partir de los ejemplos, permitirán avanzar en el dominio de desplazamientos, verticales y horizontales, reflexiones, también verticales y horizontales, expansiones/contracciones, etc lo cual permitirá un mayor dominio del cálculo y análisis, y más adelante en un nivel avanzado, el del cálculo en ingeniería de sistemas.



Te regalamos una licencia anual del emulador CASIO ClassWiz para PC*

Una herramienta de apoyo para la docencia en el aula y la preparación de materiales educativos.

* Con sistema operativo Windows® Windows8/8.1 (32-bit/64-bit). Funciona también con Linux bajo Wine.

Consigue tu licencia. Regístrate ahora en www.edu-casio.es