¿Tienes un cazo en tu cocina?

Ricard Peiró i Estruch
IES Abastos, Valencia.

El problema que proponemos corresponde a un ejercicio de optimización clásico en el nivel de bachillerato. Para resolverlo se ha utilizado la calculadora fx- 991SP X II / fx -570SP X II ayudándonos con su función de código QR que nos permite visualizar la gráfica de una función.

PROBLEMA

¿Qué dimensiones ha de tener un cazo cilíndrico de un litro de capacidad para que la superficie total sea mínima? Calcular dicha superficie mínima.

SOLUCIÓN

1

1 $litro$ = 1000 cm^3

Siendo r el radio del cilindro y h la altura, el volumen del cazo es:

$$V = \pi \, r^2 \cdot h$$

$$\pi \, r^2 \cdot h = 1000$$

$$h = \frac{1000}{\pi \, r^2} \qquad (1)$$

El área está formada por un círculo de radio r y un rectángulo de base $2\pi \cdot r$ y altura h. Por lo tanto el área total del cilindro es:

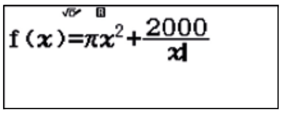
$$S(r,h) = \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h \qquad (2)$$

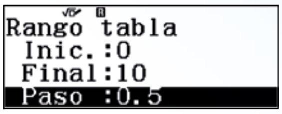
Si sustituimos la expresión (1) en la expresión (2), la función que debe ser optimizada es:

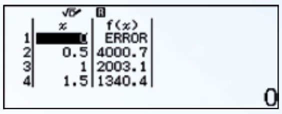
$$S(r) = \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \; \frac{1000}{\pi \cdot r^2} \quad \text{con} \quad r > 0$$

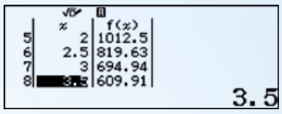
$$S(r) = \pi \cdot r^2 + \frac{2000}{r}, \quad r > 0$$

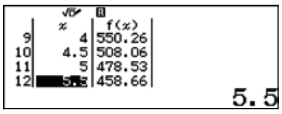
Vamos a representar graficamente esta función, entramos en el menú tabla e introducimos nuestros datos:

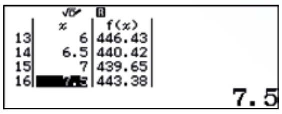








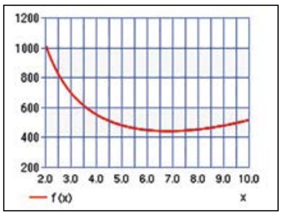




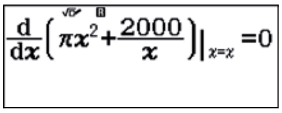
Vemos que entre 6,5 y 7,5 hay un mínimo.

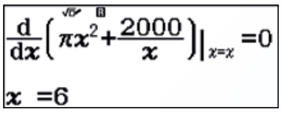
Para representar la función, utilizamos el código *QR* pulsando SHIFT OPTN.

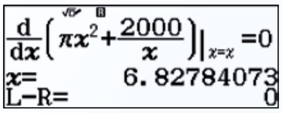
Escaneándolo:



Utilizando la calculadora podemos resolver la ecuación $S'(r) = 0$:

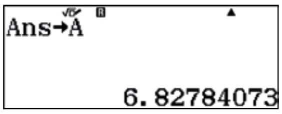


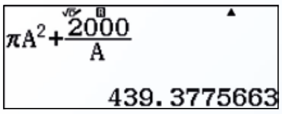




El área mínima se obtiene para $x \approx 6.83\ cm$.

Guardamos el valor del radio en la variable A para calcular el área mínima:





El área mínima es:

$S(6.82784073) \approx 439{,}38\ cm^2$.