

Geometría en el espacio

Jordi Baldrich Álvarez

Profesor y ex coordinador para España en la División Educativa de Calculadoras CASIO durante 23 años.

Uno de los temas del bachillerato en el que los alumnos suelen presentar más dificultades es la geometría en el espacio. El hecho de no poder visualizar las rectas, planos... descritos en los problemas, hace que no lleguen a comprender bien lo que están haciendo. La calculadora gráfica fx-CG50 gracias al menú Gráfico 3D nos permite ver estos elementos, ayudando al estudiante a entender el desarrollo del problema pudiendo además comprobar sus resultados.

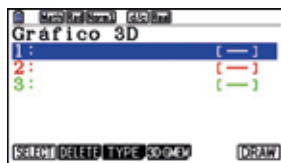
A continuación se plantea un ejercicio típico de este tema resuelto con la calculadora gráfica.

PROBLEMA

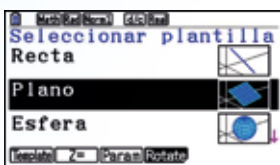
Dados la recta $r: \begin{cases} x - 2z - 1 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi: x - 2y + z + 1 = 0$. Hallar la ecuación de una recta s contenida en el plano π que pase por el punto $P(-1,2,4)$ y sea perpendicular a r .

SOLUCIÓN

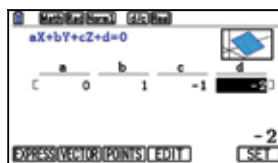
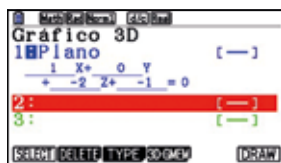
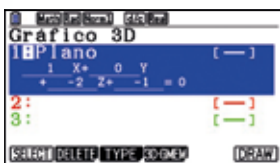
Entramos en el menú **Gráfico 3D**.



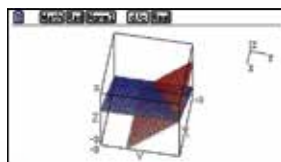
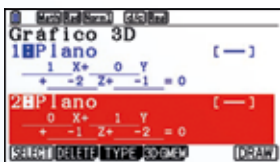
La recta r es la intersección de dos planos que podemos dibujar, pulsamos **TYPE (F3)** y escogemos la opción **Plano** pulsando **EXE**.



Escribimos los coeficientes de la ecuación general del plano y pulsamos **EXE**, nos desplazamos al número 2 y procedemos de la misma forma descrita anteriormente para introducir el segundo.



Pulsamos **DRAW (F6)** y moviéndonos con el cursor, podemos ver mejor que los planos se intersecan efectivamente en la recta r :



Para obtener la recta r en forma paramétrica, pulsamos **G-Solve** (**SHIFT** **F5**) y **INTSECT** (**F2**):



Obteniendo, $r \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$

Como la recta s buscada está contenida en el plano y es perpendicular a r , para calcular \vec{v}_s , hacemos el producto vectorial $\vec{n}_\pi \times \vec{v}_r$. Pulsamos **MENU** **1** para acceder al menú **Ejec-Mat** y hacer el producto vectorial de los vectores.



Pulsamos **OPTN**, **MAT/VCT** (**F2**) y nos desplazamos por el menú pulsando **F6** hasta encontrar **CrossP** (**F3**):

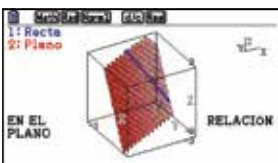


Pulsamos **EXIT** dos veces hasta ver en el menú la opción **MATH** (**F4**). Pulsamos **MATH** (**F4**), **MAT/VCT** (**F1**), elegimos la dimensión de nuestro vector **3x1** (**F5**), introducimos los datos y pulsamos **EXE**.



$\vec{v}_s = \vec{n}_\pi \times \vec{v}_r = (-4, 1, 6)$ y la recta buscada es $s: \begin{cases} x = -1 - 4\mu \\ y = 2 + \mu \\ z = 4 + 6\mu \end{cases}$

En el menú **Gráfico 3D**, podemos ver la posición relativa de la recta s con el plano π y la recta r , comprobando que cumple las condiciones del ejercicio.



s está contenida en el plano π



s y r se cruzan y son perpendiculares